

Hà Nội, ngày 20 tháng 6 năm 2023

QUYẾT ĐỊNH

**Về việc duyệt và ban hành chương trình
đào tạo trình độ tiến sĩ Viện Toán học đã được điều chỉnh cập nhật**

VIỆN TRƯỞNG VIỆN TOÁN HỌC

Căn cứ Quyết định số 272/QĐ-VHL ngày 01/03/2023 của Chủ tịch Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam ban hành quy chế, tổ chức và hoạt động của Viện Toán học;

Căn cứ Quyết định số 545-TTg ngày 03/11/1978 của Thủ tướng Chính phủ về việc giao nhiệm vụ đào tạo trên đại học cho Viện Toán học;

Căn cứ Quyết định số 4181/QĐ-BGDĐT ngày 06/10/2015 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục về việc cho phép Viện Toán học thuộc Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam được tiếp tục tổ chức và quản lý đào tạo trình độ tiến sĩ;

Căn cứ Thông tư số 18/2021/TT-BGDĐT ngày 28/6/2021 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo về việc Quy chế tuyển sinh và đào tạo trình độ tiến sĩ kèm theo;

Căn cứ Quyết định số 239/QĐ-VTH ngày 16/11/2021 của Viện trưởng Viện Toán học ban hành Quy chế tuyển sinh và đào tạo trình độ tiến sĩ;

Căn cứ Kết quả tuyển sinh trình độ đào tạo tiến sĩ đợt 2 năm 2022 của Viện Toán học;

Xét biên bản họp của Hội đồng thẩm định kết quả điều chỉnh, cập nhật chương trình đào tạo trình độ tiến sĩ Viện Toán học ngày 12/6/2023 theo Quyết định số 176/QĐ-VTH ngày 6/6/2023;

Xét đề nghị của Giám đốc Trung tâm Đào tạo sau đại học và Trưởng phòng Quản lý Tổng hợp,

QUYẾT ĐỊNH:

Điều 1. Phê duyệt và Ban hành Chương trình đào tạo trình độ tiến sĩ Viện Toán học đã được điều chỉnh, cập nhật (Danh sách kèm theo).

Điều 2. Quyết định này có hiệu lực kể từ ngày ký.

Điều 3. Trưởng phòng Quản lý tổng hợp, Giám đốc Trung tâm Đào tạo sau đại học và các bộ phận liên quan chịu trách nhiệm thi hành Quyết định này./.

Noi nhận:

- Như Điều 3;
- Lưu: VT-VTH, TTĐTSĐH, T.03.



Đoàn Thái Sơn



**Danh sách Chương trình đào tạo trình độ tiến sĩ
Viện Toán học đã được điều chỉnh, cập nhật**

(Kèm theo Quyết định số: 193/QĐ-VTH ngày 20/6/2023 của Viện trưởng Viện Toán học)

TT	Tên chuyên đề	Ghi chú
1.	Đại số hiện đại	Thuộc học phần bắt buộc
2.	Giải tích thực	Thuộc học phần bắt buộc
3.	Hàm biến phức	Thuộc học phần tự chọn
4.	Hình học đại số	Thuộc học phần tự chọn
5.	Lý thuyết tối ưu	Thuộc học phần tự chọn
6.	Phương trình vi phân	Thuộc học phần tự chọn

ĐẠI SỐ HIỆN ĐẠI

Yêu cầu chung: nghiên cứu sinh, đặc biệt là chuyên ngành toán lý thuyết, cần nắm vững các kiến thức cơ bản về đại số. Ngoài việc hiểu rõ các kết quả lý thuyết chính, nghiên cứu sinh cần phải thuần thục trong việc giải quyết các bài tập cơ bản.

I. Tập sáp thứ tự bộ phận và bộ đệm Zorn.

II. Đại số tuyến tính nâng cao

1. Rút gọn ma trận, dạng chuẩn Jordan trên không gian vector phức và thực, mũ của một ma trận và hệ phương trình vi phân tuyến tính.
2. Dạng song tuyến tính, dạng sesquilinear, dạng toàn phương, dạng Hermit.
3. Không gian Euclid: toán tử đối xứng, toán tử trực giao và nhóm trực giao, định lý trực chính, luật quán tính.
4. Không gian Hermit: toán tử tự phụ hợp (toán tử Hermit), toán tử unita và nhóm unita, định lý phô.

III. Lý thuyết nhóm

1. Các khái niệm cơ bản: định nghĩa và tính chất, đồng cấu nhóm, ảnh và hạch, nhóm abel. Ví dụ về nhóm xyclic, nhị diện, đối xứng, ma trận, quaternion. Nhóm con, nhóm thương, tâm hoá, chuẩn tắc hoá, nhóm con chuẩn tắc, định lý Lagrange, các định lý đẳng cấu.
2. Tác động của nhóm, định lý Cayley, công thức lớp, công thức đếm quỹ đạo Burnside và ứng dụng tổ hợp.
3. Các định lý Sylow.
4. Nhóm đối xứng và nhóm thay phiên: xích, phân tích xích, dấu của hoán vị, nhóm thay phiên, một số hệ sinh cơ bản của nhóm đối xứng và nhóm thay phiên.
5. Nhóm abel hữu hạn sinh: tích trực tiếp, nhóm abel không phân tích được, định lý cấu trúc của nhóm abel hữu hạn sinh (phân tích nguyên sơ và phân tích theo nhân tử bất biến).
6. Nhóm đơn, dãy hợp thành.
7. Tích nửa trực tiếp.
8. Nhóm tự do, nhóm cho bởi phần tử sinh và quan hệ.

IV. Một số khái niệm cơ bản về vành, trường, môđun và đại số:

1. Các khái niệm và tính chất cơ bản của vành và đồng cấu vành, iêean chính, iêean nguyên tố, iêean cực đại.
2. Trường và mở rộng trường.

3. Đặc số và trường nguyên tố. Mở rộng hữu hạn và mở rộng đại số, trường đóng đại số.
4. Trường hữu hạn
5. Các khái niệm và tính chất cơ bản về môđun, đại số và đồng cấu của chúng.

Tài liệu tham khảo chính

- [1]. D. S. Dummit and R. Foote: Abstract algebra, 3rd Edition 2004, John Wiley and Sons.
- [2]. M. Artin: Algebra, 2nd Edition, Prentice-Hall, 1991, Prentice-Hall.

Tài liệu tham khảo khác

- [1]. G.Birkhoff và S. MacLane: Tổng quan về đại số hiện đại I, II. NXB Đại học và THCN, Hà Nội 1979.
- [2]. Nguyễn Tự Cường: Giáo trình đại số hiện đại, Phần 1, Bộ sách cao học của Viện Toán học, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2003, tái bản 2007.
- [3]. Lê Tuấn Hoa: Đại số tuyến tính qua các ví dụ và bài tập, NXB ĐHQG Hà Nội, 2006.
- [4]. Nguyễn Hữu Việt Hưng: Đại số đại cương, NXB Giáo dục, Hà Nội 1998.
- [5]. S. Lang: Đại số I, NXB Đại học và THCN, Hà Nội 1974.
- [6]. Ngô Việt Trung: Giáo trình đại số tuyến tính, Bộ sách cao học của Viện Toán học, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2001.

GIẢI TÍCH THỰC

I. Giải tích thực một biến và nhiều biến

1. Một số khái niệm tôpô cơ bản: không gian tôpô, tập đóng, tập mở, không gian Hausdorff, tập liên thông, tập compắc, không gian metric.
2. Dãy số và chuỗi số.
3. Tính liên tục: giới hạn của hàm số, hàm số liên tục, tính liên tục và tính compắc, tính liên tục và tính liên thông, Định lý Arzela-Ascoli.
4. Phép tính vi phân của hàm số thực một biến: đạo hàm, định lý giá trị trung bình, luật l'Hopital, định lý Taylor.
5. Tích phân Riemann-Stieltjes.
6. Dãy hàm và chuỗi hàm: hội tụ đều, hội tụ đều và tính liên tục, hội tụ đều và đạo hàm, hội tụ đều và tích phân.
7. Hàm số thực nhiều biến: đạo hàm, luật dây chuyền, định lý hàm ngược, định lý hàm ẩn.
8. Tích phân của dạng vi phân: tích phân của dạng vi phân, định lý Stokes.

II. Độ đo và tích phân

1. Cơ bản về lý thuyết độ đo: sigma-đại số, độ đo, độ đo ngoài, độ đo Borel trên đường thẳng thực.
2. Tích phân: hàm đo được, tích phân của hàm không âm, tích phân Lebesgue, bổ đề Fatou, các phương thức hội tụ, độ đo tích, tích phân Lebesgue trên không gian σ -clit thực d -chiều, định lý hội tụ bị chặn Lebesgue.

Tài liệu tham khảo

- [1]. Hoàng Tụy, Hàm thực và Giải tích hàm. Nhà xuất bản ĐHQG, Hà Nội, 2003.
[2]. W. Rudin, Principles of mathematical analysis, McGraw Hill, New York, Singapore, 1991. [3]. W. Rudin, Real and complex analysis, McGraw Hill, New York, Singapore, 1991.

HÀM BIẾN PHỨC

Chương 1. Hàm chỉnh hình

1. Khái niệm đạo hàm theo biến phức, hàm khả vi phức
2. Hàm chỉnh hình, mối quan hệ giữa tính khả vi và chỉnh hình
3. Điều kiện Cauchy-Riemann
4. Một số lớp hàm cơ bản.

Chương 2. Tích phân đường

1. Định nghĩa và tính chất cơ bản.
 2. Định lý Cauchy.
 3. Công thức tích phân Cauchy.
 4. Một số ứng dụng của Định lý Cauchy:
 - 4.1. Hàm nguyên và Định lý Liouville.
 - 4.2. Các định lý về sự tồn tại nguyên hàm, định lý Morera.
 - 4.3. Định lý cơ bản của đại số
- Các không điểm của hàm chỉnh hình

Chương 3. Chuỗi Taylor và chuỗi Laurent

1. Biểu diễn chuỗi Taylor của hàm chỉnh hình
2. Định lý môđun cực đại, cực tiểu
3. Điểm kỳ dị cô lập: Phân loại điểm kỳ dị cô lập, một số cách nhận biết
4. Định lý Casorati-Weierstrass
5. Chuỗi Laurent
6. Định lý về sự tồn tại duy nhất của biểu diễn chuỗi Laurent
7. Lý thuyết thặng dư:
 - 7.1 Định lý thặng dư.
 - 7.2 Các phương pháp tính thặng dư
 - 7.3 Ứng dụng của định lý thặng dư.
8. Nguyên lý Argument
 - 8.1 Nguyên lý argument
 - 8.2 Định lý ánh xạ mở
 - 8.3 Định lý Rouché và một số ứng dụng
 - 8.4 Nguyên lý mô đun cực đại
 - 8.5 Bô đề Schwarz

Chương 4. Hàm điều hòa

1. Định nghĩa và tính chất cơ bản của hàm điều hòa
2. Phương trình Laplace
3. Định lý giá trị trung bình
4. Nguyên lý đối xứng Schwarz: tính đối xứng của hàm điều hòa, nguyên lý đối xứng Schwarz cho hàm điều hòa, hàm chỉnh hình

5. Nguyên lý Harnack
6. Bài toán Dirichlet

Chương 5. Lý thuyết phân bố giá trị

(dành riêng cho NCS chuyên ngành giải tích phức, không bắt buộc)

1. Hàm giải tích toàn cục
2. Diện Riemann: Định nghĩa và ví dụ
3. Các hàm chỉnh hình trên diện Riemann
4. Định lý Picard: Lý thuyết phân bố giá trị cho hàm nguyên, Định lý Picard bé, Định lý Picard lớn
5. Công thức Poisson-Jensen

Tài liệu tham khảo

- [1]. Hà Huy Khoái, Giải tích phức, Bài giảng cao học (Tủ sách Toán cao cấp, Viện Toán học).
- [2]. S. Lang, Complex analysis, Springer
- [3]. R. Remmert, Theory of complex functions, GTM v. 122, Springer
- [4]. J.B. Conway, Functions of one complex variables, GTM v11, Springer
- [5] S. Axler , P. Bourdon , W. Ramey, Harmonic Function Theory, Home Textbook Graduate Texts in Mathematics (GTM, volume 137), springer 1982

HÌNH HỌC ĐẠI SỐ

Yêu cầu chung: nghiên cứu sinh, đặc biệt là chuyên ngành toán lý thuyết, cần nắm vững các kiến thức cơ bản về Hình học đại số. Ngoài việc hiểu rõ các kết quả lý thuyết chính, nghiên cứu sinh cần phải thuần thục trong việc giải quyết các bài tập cơ bản.

I. Tập đại số

1. Định nghĩa tập đại số; Định lý cơ sở Hilbert; tôpô Zariski;
2. Tương ứng giữa tập đại số và idéan căn; cơ sở Gröbner; phân tích tập đại số tới các tập đại số bất khả quy.
3. Hàm chính quy; vành tọa độ của tập đại số; ánh xạ chính quy; ánh xạ hữu hạn.

II. Đa tạp đại số Affine

1. Bó; không gian vành; cấu trúc không gian vành trên tập đại số; đa tạp đại số Affine.
2. Phạm trù đa tạp đại số Affine; mô tả tường minh cấu xạ của đa tạp Affine.
3. Đa tạp con; không gian Affine không toạ độ; tương đương song hữu tỷ.
4. Vi phân của ánh xạ chính quy; không gian tiếp tuyến của đa tạp đại số Affine; nón tiếp xúc; điểm tròn và quỹ tích kỳ dị.

III. Đa tạp đại số

1. Đa tạp đại số; ánh xạ từ đa tạp tới đa tạp Affine.
2. Đa tạp con; tích của các đa tạp; tiên đề tách; tích thór; chiều.
3. Ánh xạ trội; ánh xạ hữu tỉ; tương đương song hữu tỷ; ánh xạ tròn.
4. Đa tạp đại số như hàm tử; đa tạp hữu tỉ và đơn hữu tỉ.

IV. Đa tạp xạ ảnh

1. Tập đại số con của \square^{\square} ; tôpô Zariski trên \square^{\square} ; tập đóng của \square^{\square} và \square^{\square} ; \square^{\square} là tập đại số.
2. Vành tọa độ thuần nhất của đa tạp xạ ảnh; hàm chính quy trên đa tạp xạ ảnh; ánh xạ từ các đa tạp xạ ảnh; ánh xạ tới đa tạp xạ ảnh; không gian xạ ảnh không toạ độ.
3. Đa tạp Grassmann; định lý Bezout.

V. Đa tạp chuẩn

1. Ánh xạ riêng; đa tạp đầy đủ; đa tạp xạ ảnh là đa tạp riêng; lý thuyết thế.
2. Định lý chính Zariski; Đa tạp chuẩn; hàm chính quy trên đa tạp chuẩn.
3. Ánh xạ hữu hạn và thór của ánh xạ hữu hạn; Định lý chính Zariski.
4. Phân tích Stein; Nô; giải kì dị.
5. Thór của cầu xạ; ánh xạ phẳng và các thór của chúng; Định lý Bertini.
6. Phân loại song hữu tỷ; giống hình học của đường cong phẳng.

Tài liệu tham khảo chính

- [1]. D. Cox, J. Little and D. O’Shea: Ideals, Varieties, and Algorithms, 4-th addition, Springer, UTM, 2005.
- [2]. W. Fulton: Algebraic curves, Addison-Wesley, 1969.
- [3]. M. Kreuzer and L. Robbiano: Computational Commutative Algebra 1, Springer, 2000.
- [4]. D. Eisenbud: Commutative Algebra with a View Towards Algebraic Geometry, Springer, GTM 150, 1995.
- [5]. M.F. Atiyah and I.G Macdonald: Introduction to Commutative Algebra, Addison-Wesley, 1969.
- [6]. Hartshorne: Algebraic Geometry, Springer, 1977.
- [7]. Shafarevich: Basic Algebraic Geometry, Springer, 1994.
- [8]. Hoàng Lê Trường: Classification and geometry of some special varieties, Nhà xuất bản khoa học tự nhiên và công nghệ, 2023

Tài liệu tham khảo khác

- [1]. Nguyễn Tự Cường: Giáo trình đại số hiện đại, Phần 1, Bộ sách cao học của Viện Toán học, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2003, tái bản 2007.
- [2]. Lê Tuấn Hoa: Đại số máy tính- Cơ sở Grobner, Bộ sách cao học của Viện Toán học, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2003.
- [3]. Ngô Việt Trung: Lý thuyết Galois, Bộ sách cao học của Viện Toán học, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2006.
- [4]. Ngô Việt Trung: Nhập Môn Đại Số Giao Hoán & Hình Học Đại Số, Nhà xuất bản Khoa Học Tự Nhiên và Công nghệ, 2012.

LÝ THUYẾT TỐI UU

I. Bài toán tối ưu và sự tồn tại nghiệm

1. Bài toán tối ưu trên không gian tôpô. Nghiệm toàn cục và nghiệm địa phương.
2. Một số ví dụ về bài toán tối ưu: bài toán quy hoạch toán học (quy hoạch toàn phương, quy hoạch nửa xác định dương, quy hoạch d.c., tối ưu đơn điệu, tối ưu đa thức và tối ưu đa mục tiêu), bài toán biến phân, bài toán điều khiển tối ưu.
3. Tồn tại nghiệm của bài toán tối ưu trên không gian tôpô compact (Định lý Weierstrass). Tồn tại nghiệm của bài toán tối ưu trên tập không compact (điều kiện bức đối với bài toán tối ưu trên không gian định chuẩn hữu hạn chiều).
4. Tồn tại nghiệm xấp xỉ: nguyên lý biến phân Ekeland.

II. Giải tích lồi và quy hoạch lồi

1. Tập lồi trong không gian hữu hạn chiều R^n : bao lồi, định lý Caratheodory, điểm cực biên, phần trong tương đối, nón lùi xa, nón tiếp tuyến và nón pháp tuyến của tập lồi, định lý biểu diễn tập lồi đa diện qua một họ hữu hạn điểm và một họ hữu hạn hướng lùi xa, định lý tách các tập lồi.
2. Hàm lồi trong không gian R^n : tính liên tục, đạo hàm theo hướng, dưới vi phân của hàm lồi, định lý Moreau-Rockafellar về dưới vi phân của tổng hai hàm lồi, điều kiện đủ để hàm lồi thông qua đạo hàm cấp hai.
3. Điều kiện cần và đủ tối ưu cho bài toán quy hoạch lồi:
 - (i) Trường hợp ràng buộc hình học.
 - (ii) Trường hợp ràng buộc đẳng thức và bất đẳng thức: hàm Lagrange, định lý Karush-Kuhn-Tucker.
4. Thuật toán dưới-gradient của N. Z. Shor cho bài toán quy hoạch lồi không có ràng buộc.

III. Quy hoạch tuyến tính

1. Bài toán quy hoạch tuyến tính.
2. Lời giải cực biên.
3. Giới thiệu phương pháp đơn hình.

IV. Quy hoạch phi tuyến trên không gian hữu hạn chiều

1. Bài toán quy hoạch phi tuyến trên không có ràng buộc. Điều kiện cần và đủ cực trị bậc nhất, bậc hai.

2. Bài toán quy hoạch phi tuyến trơn với ràng buộc hình học. Quy tắc Fermat.
3. Bài toán quy hoạch phi tuyến trơn với hữu hạn ràng buộc đẳng thức và bất đẳng thức.. hàm Lagrange, điều kiện chính quy, định lý Karush-Kuhn-Tucker.
4. Một số phương pháp giải: Phương pháp gradient, phương pháp Newton, phương pháp hàm phạt.

Chuyên đề (có thể lựa chọn dạy hay không, tùy trường hợp)

V. Đồi ngẫu Lagrange

1. Bài toán đồi ngẫu.
2. Đồi ngẫu yếu và đồi ngẫu mạnh.

VI. Tối ưu không khả vi (trường hợp Lipschitz)

1. Hàm Lipschitz địa phương trên không gian Banach. Đạo hàm theo hướng Clarke, dưới vi phân Clarke. Quy tắc tính toán.
2. Nón tiếp tuyến Bouligand, nón tiếp tuyến Clarke, nón pháp tuyến Clarke. Các tính chất cơ bản.
3. Bài toán quy hoạch Lipschitz. Điều kiện cực trị sử dụng dưới vi phân Clarke và nón pháp tuyến Clarke.

VII. Phương pháp điểm trong

1. Phương pháp hàm chấn.
2. Phương pháp hàm chấn cho quy hoạch tuyến tính.

Tài liệu tham khảo

Tiếng Việt:

- [1]. Hoàng Tụy, *Lý thuyết tối ưu, Bài giảng cao học*, Viện Toán học, 2003

- [2]. Nguyễn Đông Yên, *Giáo trình Giải tích đa trị*, Nhà xuất bản Khoa học và Công nghệ, Hà Nội, 2007.

Tiếng Anh:

- [1]. F. H. Clarke, *Optimization and Nonsmooth Analysis*, Wiley, New York, 1983.
- [2]. R. Horst and H. Tuy, *Global Optimization. Deterministic Approaches*, Second Edition, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [3]. A. D. Ioffe and V. M. Tihomirov, *Theory of Extremal Problems*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam-New York, 1979.
- [4]. J. Nocedal and S. J. Wright, *Numerical Optimization*, Springer-Verlag, New York, 1999.
- [5]. B. T. Polyak, *Introduction to Optimization*, Optimization Software, Inc., New York, 1987. (Second Edition: November 2010.)
- [6]. R. T. Rockafellar, *Convex Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1970.
- [7]. A. P. Ruszczyński, *Nonlinear Optimization*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 2006.
- [8]. W. Schirotzek, *Nonsmooth Analysis*, Springer, Berlin, 2007.
- [9]. H. Tuy, *Convex Analysis and Global Optimization*, Kluwer, 1998.

PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

I. Phương trình cấp một

1. Phương trình transport, phương pháp đường đặc trưng.
2. Định lý Cauchy- Kovalevskaya.*

II. Phương trình Laplace và Poisson.

1. Nghiệm cơ bản, công thức biễu diễn tích phân của nghiệm.
2. Định lý giá trị trung bình, nguyên lý cực đại.
3. Bất đẳng thức Harnack.*
4. Đánh giá đạo hàm và tính giải tích của nghiệm.*

I. Phương trình nhiệt

1. Nghiệm cơ bản, công thức Poisson.
2. Phương pháp năng lượng.
3. Nguyên lý cực đại.
4. Định lý giá trị trung bình.*

II. Phương trình sóng

1. Công thức nghiệm khi số chiều không gian là 1.
2. Phương pháp năng lượng, miền phụ thuộc.

III. Biến đổi Fourier, không gian Sobolev*

1. Các định lý cơ bản về chuỗi Fourier.
2. Phương pháp tách biến giải phương trình nhiệt và phương trình sóng.
3. Biến đổi Fourier.
4. Không gian Sobolev, khái niệm nghiệm yếu.

(Các phần có dấu * là tùy chọn)

Tài liệu tham khảo

1. E. Evans, *Partial differential equations*, 2nd ed., AMS Press, 2010.
2. F. John, *Partial differential equations*, 4th ed., Springer 1991.
3. W. Strauss, *Partial differential equations*, 2nd ed., John Wiley & Sons, 2009.

4. N.M.Chương, H.T.Ngoạn, L.Q.Trung, N.M.Trí, *Phương trình đạo hàm riêng*, Nhà xuất bản giáo dục, 2000.
5. T.D.Van, *Phương trình đạo hàm riêng*, Nhà xuất bản ĐHQG 2005.

