

THÔNG TIN TÓM TẮT VỀ NHỮNG KẾT QUẢ MỚI
CỦA LUẬN ÁN TIẾN SỸ

Tên đề tài luận án: Tốc độ hội tụ của phương pháp chỉnh Tikhonov cho các bài toán xác định hệ số trong phương trình elliptic.

Tên đề tài luận án tiếng Anh: Convergence Rates for the Tikhonov Regularization of Coefficient Identification Problems in Elliptic Equations.

Chuyên ngành: Phương trình vi phân và tích phân.

Mã số: 62 46 01 05

Nghiên cứu sinh: Trần Nhân Tâm Quyên

Người hướng dẫn khoa học: GS. TSKH. Đinh Nho Hòa

Cơ sở đào tạo: Viện Toán học–Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Luận án nghiên cứu về tốc độ hội tụ của phương pháp chỉnh Tikhonov cho các bài toán xác định

1) hệ số q trong bài toán Neumann cho phương trình elliptic

$$\begin{aligned} -\operatorname{div}(q\nabla u) &= f \text{ trong } \Omega \subset \mathbb{R}^d, d \geq 1 \\ q \frac{\partial u}{\partial n} &= g \text{ trên } \partial\Omega \end{aligned}$$

2) hệ số a trong bài toán Neumann cho phương trình elliptic

$$\begin{aligned} -\Delta u + au &= f \text{ trong } \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= g \text{ trên } \partial\Omega \end{aligned}$$

khi nghiệm u được cho không chính xác bởi $z^\delta \in H^1(\Omega)$ với $\|u - z^\delta\|_{H^1(\Omega)} \leq \delta$, $\delta > 0$.

Chúng tôi sử dụng hàm mục tiêu lồi

$$q \rightarrow \frac{1}{2} \int_{\Omega} q |\nabla(U(q) - z^\delta)|^2 dx, \quad q \in Q_{ad}$$

để xác định q trong bài toán Neumann thứ nhất và hàm mục tiêu lồi

$$a \rightarrow \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla(U(a) - z^\delta)|^2 dx + \frac{1}{2} \int_{\Omega} a(U(a) - z^\delta)^2 dx, \quad a \in A_{ad}$$

để xác định a trong bài toán Neumann thứ hai. Trong đó, $U(q)$ và $U(a)$ là các ánh xạ từ hệ số vào nghiệm của bài toán Neumann thứ nhất và thứ hai với $Q_{ad} \subset L^\infty(\Omega)$ và $A_{ad} \subset L^\infty(\Omega)$ là các tập chấp nhận được của hệ số, tương ứng. Phương pháp chỉnh quy hóa Tikhonov được áp dụng để chỉnh hóa các bài toán tối thiểu hóa các phiếm hàm kể trên trên tập chấp nhận được và tốc độ hội tụ của phương pháp được thiết lập.

Những kết quả mới đạt được trong luận án

1. Tốc độ hội tụ của các nghiệm chỉnh hóa Tikhonov với hàm phạt là $\|\cdot\|_{L^2(\Omega)}^2$ cho các bài toán xác định hệ số theo chuẩn $L^2(\Omega)$.
2. Tốc độ hội tụ của các nghiệm chỉnh hóa Tikhonov với hàm phạt là biến phân toàn phần $\int_{\Omega} |\nabla(\cdot)|$ cho các bài toán xác định hệ số theo khoảng cách Bregman.
3. Tốc độ hội tụ của nghiệm chỉnh hóa Tikhonov với hàm phạt là $\frac{1}{2}\|\cdot\|_{L^2(\Omega)}^2 + \int_{\Omega} |\nabla(\cdot)|$ cho các bài toán xác định hệ số theo $L^2(\Omega)$ -chuẩn và theo khoảng cách Bregman.

Hà nội, ngày 16 tháng 7 năm 2012
Nghiên cứu sinh

Trần Nhân Tâm Quyền