

ĐỀ THI ĐỀ ÁN
Phối hợp đào tạo thạc sĩ toán học quốc tế”
năm học 2008-2009.

MÔN GIẢI TÍCH
(Thi gian 180 pht)

Câu 1. Tìm

$$\int_1^2 x^x(\ln x + 1)dx.$$

Câu 2. Cho $f : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ là hàm liên tục và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) < +\infty$. Chứng minh rằng tập

$$E = \bigcup_{n=0}^{\infty} E_{2n}, \quad \text{trong đó } E_n = \{x \in [0, +\infty) : n \leq f(x) \leq n + 1\},$$

là đóng.

Câu 3. Tìm

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n(1+x^n)}.$$

Câu 4. Cho A là một tập trong không gian metric (X, d) . (a) Chứng minh rằng nếu $\alpha = \inf\{d(x, y), x, y \in A, x \neq y\} > 0$ thì mọi phần tử của A đều là điểm cô lập. (b) Hãy chứng minh mệnh đề đảo của (a) là không đúng.

Câu 5. Cho A là toán tử tuyến tính liên tục từ không gian tuyến tính định chuẩn X vào không gian tuyến tính định chuẩn Y . Chứng minh rằng:

- (a) Nếu toán tử liên hợp A^* là toàn ánh thì A là đơn ánh.
- (b) Nếu A^* là đơn ánh thì $A(X)$ là tập trù mật trong Y .