

## Bài kiểm tra số 2

Trường đông 2013

Thời gian: 180 phút.

---

5 (6 đ.) Tìm tất cả các hàm  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  thỏa mãn:

$$g(f(x+y)) = f(x) + (2x+y)g(y),$$

với mọi  $x, y \in \mathbb{R}$ .

6 (7đ.) Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp. Trên các đường tròn ngoại tiếp các tam giác  $ABI$  và  $ACI$  lấy lần lượt các điểm  $E$  và  $F$  bên ngoài tam giác  $ABC$  sao cho  $BE = CF = AI$ . Ký hiệu  $d_1, d_2$  lần lượt là các đường thẳng đối xứng với  $EF$  qua phân giác ngoài các góc  $B$  và  $C$ . Các đường thẳng  $d_1, d_2$  cắt nhau tại  $D$ . Chứng minh rằng trung điểm  $K$  của  $ID$  thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

7 (7đ.) Chứng minh rằng không tồn tại số nguyên  $k \geq 2$  và bộ các số  $(a_0, a_1, \dots, a_k)$ ,  $a_i \in \{0, 1\}$  sao cho

$$\sum_{i=0}^k 5^i a_i C_k^i = 6^{k-1}.$$

---