

**Bài kiểm tra số 1**  
Trường đông 2013

Thời gian: 180 phút.

---

1 (5đ.) Cho dãy số  $(a_n)_{n \geq 1}$  xác định bởi:  $a_1 = \frac{3}{2}$  và

$$a_{n+1} = a_n - \frac{3n+2}{2n(n+1)(2n+1)}, \quad \forall n \geq 1.$$

Tìm giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

2 (5đ.) Cho các số thực dương  $a_1, \dots, a_{14}$ . Chứng minh rằng,

$$\frac{a_1}{a_2 + a_3} + \frac{a_2}{a_3 + a_4} + \dots + \frac{a_{14}}{a_1 + a_2} \geq \frac{a_1}{a_{14} + a_1} + \frac{a_2}{a_1 + a_2} + \dots + \frac{a_{14}}{a_{13} + a_{14}}.$$

Hỏi dấu " $=$ " xảy ra khi nào?

3 (5đ.) Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$  có  $B, C$  cố định,  $BC$  không là đường kính,  $A$  thay đổi sao cho tam giác  $ABC$  nhọn. Đường tròn tâm  $B$  và đi qua  $A$  cắt  $AC$  và  $(O)$  lần lượt tại  $D$  và  $E$  ( $D, E \neq A$ ). Đường thẳng  $ED$  cắt  $(O)$  tại  $K$ .

(a) Chứng minh rằng  $BK$  vuông góc với  $AC$ .

(b)  $BK$  cắt  $AE$  tại  $F$ . Gọi  $M$  là giao điểm của khác  $D$  của  $AC$  với đường tròn ngoại tiếp tam giác  $DEF$ . Chứng minh rằng  $M$  thuộc một đường thẳng cố định.

4 (5đ.) Một trường học có 800 học sinh. Trong trường có  $n$  câu lạc bộ cho các học sinh thỏa mãn điều kiện:

i) Không có em học sinh nào tham gia nhiều hơn 7 câu lạc bộ;

ii) Với 7 câu lạc bộ bất kỳ luôn tồn tại ít nhất một học sinh tham gia cả 7 câu lạc bộ này.

Hỏi giá trị lớn nhất của  $n$  là bao nhiêu ?

---