Hội Toán Học Việt Nam

THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 6 Năm 2023 Tập 27 Số 2

THÔNG TIN TOÁN HỌC

Newsletter of the Vietnamese Mathematical Society

Bìa 1. Nhà toán học Pháp Hugo Duminil-Copin, Huy chương Fields 2022. Ảnh: Heidelberg Laureate Forum.

THỂ LỆ GỬI BÀI

Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học.

Bài viết xin gửi về tòa soạn theo địa chỉ email của một trong các biên tập viên, hoặc địa chỉ bưu điện ở trên. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file với phông chữ unicode. Toà soạn khuyến khích các tác giả sử dụng chương trình soạn thảo Latex và gói tiếng Việt vntex.

ĐỊA CHỈ BƯU ĐIỆN

Bản tin **Thông Tin Toán Học**,
Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học
và Công nghệ Việt Nam,
18 Hoàng Quốc Việt, Cầu Giấy,
10307 Hà Nội

BẢN ĐIỆN TỬ CỦA TẤT CẢ CÁC SỐ TẠP CHÍ CÓ THỂ TRUY CẬP TỪ TRANG MẠNG CỦA HỘI TOÁN HỌC VIỆT NAM

www.vms.org.vn

Thầy tôi

Hà Huy Khoái[(1)]

Về sự ra đi của Yuri Ivanovich Manin (16/02/1937 – 08/01/2023), Vladimir Drinfeld dường như đã nói thay cho các học trò của Manin: "Những năm tuổi trẻ đẹp nhất của tôi đã trở thành quá khứ".

Khi được *Thông tin Toán học* đề nghị viết về Manin, tôi không muốn viết về Thầy như về một nhà khoa học, vì có thể dễ dàng tìm được nhiều bài viết như thế. Tôi chỉ muốn ghi lại ở đây một số cảm nhận của mình khi học với Manin.

Thường khi ta nghĩ đến một người, thì bao giờ trước hết cũng nhớ đến buổi gặp mặt và buổi chia tay.

1. Gặp mặt – thử thách đầu tiên

Tôi theo học với Manin khá muộn, khi đã 28 tuổi. Trong hồ sơ đi học nghiên cứu sinh, tôi ghi ba nguyện vọng chọn thầy: Arnold, Manin, Novikov. Đúng là ếch ngồi đáy giếng, chỉ tiếng sấm to mới lọt vào được, nên thời đó tôi chỉ nghe ba cái tên đang nổi nhất của toán học Liên Xô.

Ngày đầu đến Viện Steklov theo lời hẹn, tôi chờ trước cánh cửa có tên "Yu. I. Manin". Một anh bạn đi cùng vì sợ tôi mới sang, chưa thạo tiếng Nga. Chờ một chút thì thấy một người rất nhanh nhẹn đi đến, hỏi một câu bằng tiếng Pháp, rồi vào phòng, sập cửa lại khi nghe anh bạn nhanh nhẩu trả lời "Nhét!". Tôi phân vân, vì cũng hiểu câu tiếng Pháp ông ấy nói là: "Các anh chờ tôi đấy à?" Đành xuống phòng đối ngoại hỏi, thì họ nói đó đúng là Manin!

Khi vào gặp, Manin nói là ông nghĩ tôi vừa từ Việt Nam sang, chắc chưa biết tiếng Nga, nhưng có lẽ giỏi tiếng Pháp! Ông ấy bảo lên bảng trình bày xem đã làm những gì. Hồi đó tôi đã đăng 4 bài, hai trong "Vietnam J. Math." một trong "Acta Math. Vietnam." và một trong tạp chí của Nga "Giải tích hàm và ứng dụng". Manin nói là có lẽ chừng ấy đã đủ luận án. Khi tôi nói muốn làm cái gì mới mà ông ấy đang quan tâm, Manin giao cho tôi cuốn "Cours d'Arithmetique" của J. P. Serre và hẹn tuần sau đến thi theo cuốn đó.

Đúng một tuần, tôi đến thi. Sau khi kiểm tra hiểu biết của tôi về một vài vấn đề trong sách, Manin hỏi: "Anh thích nhất định lý nào trong đó?". Tôi đáp: "Thích nhất là Định lý nói về sự tồn tại cơ sở của không gian các dạng modulaire parabolique gồm các hàm riêng của toán tử Hecke". Rất có thể Manin cũng thích định lý đó, nên chỉ bắt tôi làm thêm hai bài tập khá dễ. Về sau, bạn tôi nói rằng, rất may cho tôi là đã làm được hai bài tập tại chỗ, nếu không, ông ấy sẽ áp dụng cách thường dùng cho những nghiên cứu sinh chưa từng học với ông ấy ở đại học. Đó là cho 5 bài về nhà. Thường thì đó là 5 bài rất khó, nhờ vả hết bạn bè, may ra làm được 3 bài. Tuần sau đến, sẽ được thêm 2 bài nữa cho đủ 5. Tuần sau nữa đến, hầu chắc chắn vẫn chưa xong 5 bài, và thầy trò nói lời chia tay!

Thử thách đầu tiên có vẻ trôi qua suôn sẻ. Nhưng đó là thử thách dễ dàng nhất.

2. Những lần chia tay

Buổi chia tay đầu tiên. Đó là vào tháng 4/1978, sau khi tôi bảo vệ luận án "phó tiến sĩ" (tiến sĩ ngày nay) và chuẩn

[(1)]Viện Toán và Khoa học Ứng dụng Thăng Long. *Email*: hhkhoai@math.ac.vn.

bị về nước. Một buổi chia tay không buồn, với hy vọng sớm gặp lại. Hôm đó, Manin nói với tôi: “Thế mà đã qua 4 năm, và tôi thấy hình như chưa giúp được anh nhiều lắm”. Tôi trả lời: “Nếu thầy muốn giúp tôi thêm thì cũng dễ, chỉ cần thầy đề nghị tôi tiếp tục sang làm Tiến sĩ khoa học!” Manin bảo: “Nói chung thì Vinogradov không bao giờ đồng ý đề nghị nào của tôi. Nhưng biết đâu với trường hợp của anh thì khác”. (Vinogradov là Viện trưởng Viện Steklov vào lúc đó, không ưa Manin vì nguồn gốc Do Thái – mẹ của Manin là Rebecca Miller – và quan điểm chính trị của ông). Đó là lần hiếm hoi mà đề nghị của Manin được chấp nhận, và tôi được cử sang làm “cộng tác viên” của Viện Steklov.

Bức ảnh duy nhất tôi có với Manin
(chụp hôm bảo vệ TS, 4/1978).

Hôm chia tay, Manin tặng tôi cuốn sách vừa mới xuất bản của ông “A Course in Mathematical Logic”. Mấy hôm nay ngồi đọc cuốn “Computable and Uncomputable” của Manin, xuất bản năm 1980, tôi mới hiểu rõ vì sao thời đó ông đã quan tâm nhiều đến logic. “Tính được và không tính được” ngày nay được xem là nơi khởi đầu của ý tưởng về máy tính lượng tử. Manin thường vẫn được xem là nhà Hình học đại số, nhưng biết đâu “tính toán lượng tử” mới là đóng góp lớn nhất của ông cho nhân loại.

Do nhiều thủ tục phức tạp nên phải đến tháng 4/1980 tôi mới lại sang được Nga. Trước ngày đi ít lâu, tôi nhận bức thư của Manin: “2/3/1980. Khoái thân mến, chỉ 3 ngày trước đây, chúng tôi mới nhận thư anh viết hôm 12/9/1979, trong đó anh nói là sẽ sớm quay lại Moscow. Chúng tôi ở đây rất lo không hiểu có chuyện gì xẩy ra với anh không. . . ” Thời đó, bao giờ cũng có rất nhiều điều đáng lo trước mỗi chuyến đi nước ngoài.

Buổi chia tay thứ hai. Là khi tôi bảo vệ xong Tiến sĩ khoa học (tháng 4/1984). Hôm đó, tôi ngồi khá lâu với Manin, và chúng tôi đều cảm thấy rất buồn, vì nghĩ tương lai sẽ rất ít dịp gặp lại. Thời đó, Liên Xô còn "vững" lắm, mà Việt Nam thì chưa "mở cửa", nên tôi rất khó hình dung là sau này còn được gặp Thầy ở Max-Planck-Institut Bonn và Madrid.

Chúng tôi nói chuyện nhiều về triết học, về văn hoá, không phải về Toán. Nói chung thì ngoài toán học, Manin còn giới thiệu và khuyên tôi đọc nhiều về văn học Nga và Liên Xô (cuốn "Lão già" của Triphonov là một trong số đó, đã được ông bạn Cao Kim Ánh dịch ra tiếng Việt). Để làm kỷ niệm, Manin tặng tôi mấy cuốn sách: Tập thơ của A. Blok, bộ "Chiến tranh và hoà bình", còn bà Ksenia Glebovna, phu nhân của ông, tặng cuốn "Một anh hùng thời đại", mà bà nói đã giữ nó từ khi còn là học sinh lớp 7.

Trong trang đầu cuốn "Đại số tuyến tính" tặng tôi, Manin viết: "Tặng Khoái thân mến, để nhớ mười năm trôi qua quá nhanh, với những tình cảm tốt đẹp nhất và lời chúc hạnh phúc".

Người ta hay nói: "Đời người được mấy cái mười năm". Mười năm học với Manin là mười năm rất đẹp của cuộc đời tôi. Không chỉ được học về toán, tôi thấy hạnh phúc được gần một con người hiểu biết gần như mọi lĩnh vực của tri thức nhân loại, và vì thế, có cái nhìn sâu sắc và rất xa về cuộc đời.

3. "THAN ÔI, THỜI LÃNG MẠN NAY CÒN ĐÂU!"

"Không có gì thuộc về con người mà xa lạ đối với tôi", hồi nhỏ tôi rất ấn tượng với câu cách ngôn latin này khi đọc "Tự bạch" của K. Marx. Khi theo học Manin, tôi cảm thấy không có gì thích hợp với ông hơn là câu: "Không có gì thuộc về Toán học mà xa lạ đối với tôi".

Trong danh mục công trình của Manin, có thể tìm thấy những bài như "Tô pô và ngôn ngữ", hay cuốn sách *Elementary Particles: Mathematics, Physics and Philosophy*, (Dordrecht, Kluwer, 1989), chưa kể những bài viết về Hình học đại số, Lý thuyết số, Hình học không giao hoán, Logic, Vật lý lý thuyết,... Ông làm cho các học trò hiểu rằng, không nên xem bất kỳ vấn đề gì trong Toán là "xa với chuyên môn" của mình, miễn đó là vấn đề đẹp. Bởi thế nên trên seminar Manin (chiều thứ 5 hàng tuần) luôn có các báo cáo về những vấn đề thời sự nhất. Không thể gọi đó là Seminar về "chuyên ngành" gì, mà chỉ là "Seminar Manin". Ông cũng hay đọc các chuyên đề về những vấn đề thời sự. Những buổi chuyên đề của Manin luôn có nhiều người nghe đến nỗi người ta phải mang thêm ghế từ các phòng khác đến, và kê sát tận bảng, chỉ dành cho ông một lối đi rất nhỏ. Những người ngồi hàng ghế đầu chắc phải hứng khá nhiều bụi phấn!

Đối với tôi thì các bài giảng của Manin còn là thử thách: vì là nghiên cứu sinh, nên tôi phải thi với ông ấy sau mỗi chuyên đề. Không chỉ là quan niệm của Manin, mà Viện Toán Steklov cũng xem đã là tiến sĩ thì phải có "văn hoá toán học" nhất định. Bởi thế nên NCS, ngoài các môn chuyên ngành do thầy giáo chỉ định, phải thi thêm một trong ba môn tự chọn: Đại số, Logic, Giải tích hàm. Tôi chọn Giải tích hàm, vì tin rằng trong ba môn nói trên thì mình vững Giải tích hàm nhất, do khi ở Việt Nam đã "cày cuốc" cùng bác Nguyễn Văn Khuê hai cuốn "Linear Operators" của Dunford và Schwartz, cuốn

"Differential operators with constant coefficients" của L. Hörmander. Khi tôi hỏi Manin thi Giải tích hàm theo đề cương nào, ông ấy nói tôi tự viết lấy đề cương, rồi ký thông qua. Ai ngờ Manin không hề biết là Viện đã có đề cương tiêu chuẩn cho môn đó! Khi báo với Phòng HTQT để tuần sau thi, tôi mới được đưa cho đề cương, và lại không phải là thi với Manin, mà thi với Phòng Giải tích hàm của Viện! Nhìn ra thì hầu hết nội dung trong đề cương là theo cuốn "Functional Analysis" của K. Yosida. Lại thêm một tuần cày cuốc với cuốn đó, rồi thì cũng qua được (người hỏi thi là Bashmakov).

Dạo đó, lý thuyết về Phương trình KdV (Korteveg-de-Vries) đang khá "hót", nên Manin làm một bài giảng về nó. Tôi không nhớ đã qua môn thi này thế nào, vì chắc không khó lắm nên không để lại ấn tượng. Nhưng đến môn "K-lý thuyết đại số" (theo Quillen, Giải thưởng Fields 1978) thì thật là một thử thách. Manin giao cho tôi bài tập "Tính nhóm K_2 của nhóm các ma trận vuông cấp 3". Sau nhiều ngày làm không ra, tôi đi thư viện Lênin tìm hiểu, thì hóa ra đó là nội dung 1-2 bài báo, hình như của Shur (tôi không nhớ chính xác tên tác giả nữa). Đưa về trình bày với Manin, ông ấy cười và ký thông qua môn thi đó! Tôi chắc là Manin muốn kiểm tra xem học trò có biết cách "xoay xở" tìm kiếm trong sách báo không (giá có internet như bây giờ thì chắc dễ hơn).

Năm 1980, Manin giảng về những vấn đề toán học trong cái máy chụp cắt lớp, nhân hai người (một Y học, một Toán học - A. Cormack và G. Hounsfield) được giải Nobel về Sinh lý và Y khoa 1979. May khi đó, tôi đã là tiến sĩ nên không còn phải thi nữa!

Theo Seminar Manin một thời gian, chính các học trò cũng cảm nhận được điều "Không có gì thuộc về Toán học mà xa lạ đối với tôi". Người ta học, nói cho nhau nghe chỉ vì thấy hay, thấy đẹp, chứ không nhằm để "mở rộng", để viết thêm vài công trình đăng báo.

Giá tôi là Thế Lữ, chắc phải ngửa mặt lên trời mà rằng: "Than ôi, thời lãng mạn nay còn đâu"!

4. "ĐÓI, RÉT LÀ CẢM GIÁC LÀNH MẠNH!"

Ông bạn Cao Kim Ánh hay cười cười khi nhắc lại câu tôi nói hồi đang ở Mátxcơva. Dĩ nhiên, câu đó phản ánh một phần cái tính thích phát ngôn "độc đáo" của mấy anh tập tọng làm Toán, chứ ai mà yêu được "đói, rét". Hồi còn nhỏ, tôi đã được nếm trải thực sự "đói, rét" là thế nào, nhưng mẩu chuyện này không nhằm ôn lại điều đó.

Seminar Manin hàng tuần từ 17:00 đến 19:00. Làm vào giờ đó để nhiều người có thể tham gia được. Sau seminar, mọi người còn ở lại khá lâu để bàn luận. Đặc biệt, các nghiên cứu sinh của Manin thì thường chỉ có thể hỏi thầy vào thời gian đó.

Trở về sau seminar, đứng chờ xe bus số 56 hoặc 119 từ Trường Lomonosov về ký túc xá Viện hàn lâm ở phố Vavilov trong cái rét đến -20, -25 độ C, chỉ khoảng 10 phút đã thấy chân như biến thành cục băng, dù bọc kỹ trong đôi giày mùa đông. Nhưng cái rét và đói lúc đó đưa lại cho tôi một cảm giác lành mạnh!

Không hiểu sao, những lúc "đói và rét", tôi cảm thấy rõ ràng là mình đang sống, với ý nghĩa đầy đủ nhất của "sống". Nó khác hẳn cảm giác no nê phè phỡn.

Như đã viết trong đoạn trước, trên Seminar Manin, người ta nói về mọi đề tài, chỉ cần nó hay. Với anh chàng vừa thoát ra từ Trường ĐH Tổng hợp Hà Nội sơ tán như tôi thì lúc nào cũng thấy khó hiểu. Về sau quen đi, chứ lúc đầu tôi rất lạ vì thấy những cậu sinh viên còn trẻ măng tham gia seminar đã biết hầu như tất cả mọi thứ! Khoa Toán-Cơ (Mekh-Math) của Trường Lomonosov thời đó, với những tên tuổi như Gelfand, Manin, Novikov, Kirillov, Arnold, Anosov, Sinai,... là nơi rất đặc biệt của Toán học thế giới. Ở đó, với tính cách lãng mạn của những người sống trong cái "tháp ngà" (với túi tiền gần rỗng), người ta có thể học được tất cả mọi điều. Sau này mới biết, hoá ra N. Koblitz cũng có cảm giác như tôi khi ở Mátxcơva, tức là cảm thấy dốt nhất seminar!

Tuy vậy thì trong 8 năm theo seminar Manin, cũng có hai lần tôi hiểu những gì người ta trình bày. Lần thứ nhất là vào khoảng năm 1975-76 gì đó, và tôi viết được cái luận án Tiến sĩ. Lần thứ hai vào khoảng 1982, và cũng nhờ đó hoàn thành cái luận án Tiến sĩ khoa học.

Manin thường không cho nghiên cứu sinh một "đề tài" cụ thể, chứ chưa nói đến "đề cương luận án" (là thứ mà ở Việt Nam thường phải "bảo vệ" trước khi được nhận làm NCS). Cứ theo Seminar, và phát hiện ra cái gì đó làm được thì làm. Manin sẽ cho ý kiến là có nên làm cái đó hay không. Bởi thế nên sau một hai năm làm NCS với Manin, một số người (thường là sinh viên nước ngoài) lẳng lặng bỏ đi làm với thầy giáo khác thích hợp hơn. Có lẽ đó cũng là phương pháp "chọn lọc" tốt!

Theo Seminar Manin, tôi học được một điều: không nản lòng khi chưa hiểu. Nếu chán nản, chắc tôi đã bỏ seminar từ lâu, mà không gặp hai buổi may mắn đó. Cái hôm nay ta tưởng khó khăn, xa lạ thì ngày mai, rất có thể lại là cái ta cần nhất trong cuộc đời này. Cũng giống như nếu bạn rời một người chỉ vì qua vài lần gặp mà chưa hiểu rõ, có lẽ bạn sẽ độc thân suốt đời! Ngay cả khi bị "choáng" vì tiếng sét, rất có thể cả đời bạn chỉ dành để hiểu tiếng sét đó.

Cái khó khăn nhất của người thầy là làm sao khi ở gần họ, học sinh luôn cảm thấy đói, và khao khát được nạp thêm kiến thức. Đừng làm học sinh cảm thấy "sung sướng vì được bữa tiệc no nê".

Những năm theo Seminar Manin, lúc nào tôi cũng có cảm giác đói. Không chỉ về kiến thức, mà thật sự là đói và rét khi khi chờ xe bus ở nhiệt độ dưới âm 20.

Cảm giác ấy mới lành mạnh làm sao! Nó làm cho người ta khát khao được sống.

5. Hai lần trượt

Không phải thi trượt, mà còn tệ hơn, là trượt mất cơ hội. Sau này tôi mới thấy tiếc hai cơ hội đã bỏ qua khi học với Manin.

Cả hai lần "trượt" đó đều rơi vào thời gian tôi sang lại Maxcơva lần hai. Hồi đó, tôi đi làm "cộng tác viên" của Viện Toán học Steklov, không phải là đi "thực tập sinh cao cấp" với nhiệm vụ làm Tiến sĩ khoa học. Tuy vậy thì ai cũng hiểu "cộng tác viên" chính là cơ hội để làm luận án TSKH. Nếu hết thời gian cộng tác viên mà không bảo vệ được, sẽ bị coi là "về không". Ai ở thời đó đều hiểu "về không" tức là không hoàn thành "nhiệm vụ trên giao".

Thế cho nên mới có hai lần tôi bỏ qua cơ hội. Lần thứ nhất là sau hai năm làm việc, khoảng 1982, Manin "rủ tôi" bỏ cái đang làm, để chuyển sang nghiên cứu supermanifolds, tức là làm về hình học không giao hoán. Tôi từ chối, vì nghĩ chuyển như thế sẽ không kịp hoàn thành luận án mà tôi đang dự định làm. Giá mà tôi mạnh dạn "về không", đừng quan tâm gì đến mảnh bằng TSKH thì chắc sẽ có những kết quả tốt hơn bây giờ. Thời đó, supermanifolds vừa mới nổi, làm còn dễ, mà lại dễ có kết quả giá trị!

Lần thứ hai, là khi Manin nói tôi viết cùng ông ấy một cuốn sách về p-adic Analysis, trong đó ông ấy sẽ viết Chương 0 (mở đầu), còn lại là tôi viết. Tôi lại chối, lại cũng vì nghĩ như lần thứ nhất. Giá như (lại "giá như"!), tôi đừng từ chối, thì bây giờ chắc đã có cuốn sách nổi tiếng! Đồng tác giả với Manin là điều không dễ. Cho đến nay, Manin vẫn không viết sách về chủ đề đó.

Tất nhiên, Manin không nghĩ tôi sang để làm luận án TSKH, mà đơn giản, sang để làm việc thôi. Thế nên không bao giờ tôi dám nói với thầy là sẽ làm luận án. Khi sắp hết thời gian, tôi tự viết "luận án", và đưa cho ông. Tôi thấy ông tỏ ra ngạc nhiên: "Anh viết sách à", chắc vì thấy tập giấy dày quá. Hai tháng sau, Manin đưa lại và nói: "Tôi và Shafarevich thấy rằng có thể mang cái này ra bảo vệ TSKH". Thế là tôi thoát chuyện "về không".

Thế đấy, đôi khi người ta cần phải lựa chọn. Cũng khó biết là lựa chọn của mình trong quá khứ đúng hay sai, vì lựa chọn đó sẽ làm thay đổi quá khứ theo cách khác hẳn mà bây giờ rất khó đánh giá. Trong đời người, phần lớn lựa chọn đều để lại sự tiếc nuối nào đó.

Đảm bảo cho vẻ đẹp thẩm mỹ bằng những mục tiêu dài hạn: Phỏng vấn Hugo Duminil-Copin[1]

Andrei Okounkov và Andrei Konyaev

Anh nhận ra rằng mình muốn trở thành nhà toán học từ khi nào? Ai và điều gì đã truyền cảm hứng để anh trở thành một nhà toán học? Theo anh đó là một quyết định dễ hay khó?

Tôi không nhớ chính xác mình muốn trở thành một nhà toán học là khi nào. Tôi luôn bị thu hút bởi khoa học và cảm thấy tò mò từ khá sớm về công việc của một nhà khoa học nhưng lại quan tâm nhiều hơn đến thiên văn học và không nghĩ rằng làm một nhà toán học sẽ là một công việc thực sự.

Cho đến tận cuối trung học và trong suốt quá trình học đại học, rõ ràng là tôi rất thích môn toán nhưng tôi vẫn lưỡng lự giữa sự hứng thú khi tìm hiểu các hiện tượng vật lý và sự thoải mái khi đối diện với những giải pháp hoàn toàn nghiêm ngặt đến mức hoàn hảo của một câu đố toán học.

Khi vào học tại École Normale Supérieure Paris, tôi có thể chọn theo đuổi cả toán học và vật lý nhưng quả thực là khá mạo hiểm để có thể xoay sở tốt được cả hai. Chính vì thế, tôi đã lựa chọn học toán học với mục đích ban đầu là trở thành một giáo viên dạy toán.

Sau khi bắt đầu học Thạc sĩ, tôi cảm thấy yêu thích nghiên cứu hơn. Lĩnh vực vật lý thống kê là sự kết hợp giữa tính chặt chẽ của lý thuyết xác suất, vốn là

[1]Bản dịch từ bài phỏng vấn giáo sư Hugo Duminil-Copin trên trang thông tin của Liên đoàn Toán học Quốc tế (IMU): www.mathunion.org/fileadmin/IMU/Prizes/Fields/2022/Duminil-Copin%20_Hugo_Interview.pdf

chuyên ngành Thạc sĩ của tôi, với khả năng thỏa mãn trí tò mò của tôi đối với vật lý.

Kể từ thời điểm đó, định hướng của tôi đã tương đối rõ ràng và tôi chưa bao giờ hối hận về lựa chọn của mình. Tóm lại, tôi không thể nói rằng quyết định trở thành một nhà toán học là khó khăn, vì lúc ấy mọi thứ đã đủ chín muồi để trở nên hiển nhiên.

GS. Hugo Duminil-Copin. Ảnh: IHES.

Anh thích kiểu toán học nào nhất khi còn ở trường và ở đại học? Anh có một bài toán yêu thích nào từ hồi đó không?

Tôi không nghĩ rằng tôi yêu thích một lĩnh vực toán học cụ thể khi còn đi học nhưng lại có những sự yêu thích mới mẻ trong khoảng thời gian học đại học của mình. Sinh viên được làm quen với một số lĩnh vực toán học khác nhau và những điều cơ bản trong các lĩnh vực này, ví dụ như lý thuyết nhóm hoặc đại số tuyến tính, là những lý thuyết đã đạt đến một mức độ hoàn thiện nhất định. Tôi đoán rằng hầu hết các nhà toán học đều yêu thích một trong các lĩnh vực này vào những thời điểm nhất định. Đối với tôi, đó là lý thuyết nhóm. Niềm yêu thích lý thuyết nhóm kéo dài vài tháng nhưng nhanh chóng bị lấn át bởi số lượng phong phú các lập luận đẹp giải tích mang đến.

Tuy nhiên, cú sốc thực sự đối với tôi là việc khám phá ra lý thuyết xác suất. Nó kết hợp chính xác mọi thứ mà tôi yêu thích. Nó giống như giao lộ của một số lĩnh vực và giúp cho tôi có cơ hội khám phá cùng một lúc nhiều vùng đất lân cận nhau.

Làm thế nào anh tìm thấy lĩnh vực toán học "của mình"? Điều gì làm cho nó đặc biệt hấp dẫn đối với anh?

Tại École Normale Supérieure ở Paris, tôi được nhà toán học Jean-François Le Gall khai sáng cho tôi về lý thuyết xác suất. Các lớp học của ông ấy ở Pháp được biết đến như sự quyến rũ hoàn hảo. Lý thuyết được phát triển trước mắt của chúng tôi theo một cách hoàn thiện và rõ ràng. Sau khi thấy những điều ấy, tôi đã quyết định lựa chọn chuyên tâm vào xác suất trong những năm cuối đại học của mình.

Giáo sư thứ hai có tầm ảnh hưởng sâu sắc đến những năm đầu đại học của tôi là Wendelin Werner.

Ông ấy đã cho chúng tôi một lớp học về vật lý thống kê tập trung vào lý thuyết thấm và mô hình Ising. Lớp học chủ yếu xoay quanh vào trực giác và ý nghĩa vật lý. Bằng một cách nào đó, điều này hoàn toàn phù hợp với những gì mà tôi yêu thích: sự kết hợp giữa tính chặt chẽ của toán học và trực giác vật lý. Kể từ sau lớp học, tôi hoàn toàn yêu thích lĩnh vực toán học này.

Vẻ đẹp của vật lý thống kê không chỉ đến từ ý nghĩa vật lý, mà còn bởi vì nó dựa trên nhiều chuyên ngành toán học, bao gồm xác suất, đại số, hình học, giải tích, tổ hợp, v.v. Khi bắt đầu làm nghiên cứu sinh, tôi sử dụng giải tích rời rạc trên đồ thị, sau đó tôi được truyền cảm hứng từ các lập luận tái chuẩn hóa trong vật lý toán và gần đây tôi ngày càng quan tâm hơn đến các hệ khả tích khớp (exactly integrable system)... Nhưng luôn luôn kết hợp các công cụ toán học khác nhau với các lập luận kiểu xác suất. Đó là điều mà tôi thích nhất về vật lý thống kê.

Anh chọn ra các bài toán để giải quyết như thế nào?

Tôi rất nhạy cảm về điểm này. Tôi gần như không bao giờ có thể làm việc với một vấn đề mà tôi bị buộc phải giải quyết. Nhân tiện, trong thời gian làm tiến sĩ của mình, tôi đã thử nhiều bài toán thay thế vào chủ đề ban đầu mà thầy hướng dẫn của tôi đưa ra và hóa ra đó lại là điều hay vì tận đến giờ này tôi vẫn chưa biết cách giải quyết vấn đề được giao lúc đầu.

Có một số điều rất quan trọng đối với tôi khi lựa chọn một vấn đề. Có lẽ điều quan trọng nhất là tôi cần phải thấy hài lòng về mặt thẩm mỹ ở cả hai khía cạnh: với kết quả mà tôi cố gắng chứng minh và với thể loại toán học đóng góp vào lời giải đó. Đây là một yêu cầu tối thượng đối với tôi để kích hoạt sự sáng tạo.

Nhưng thường thì vẻ đẹp của vấn đề là không là đầy đủ. Tôi muốn nói rằng tôi cũng thích theo dõi các chương trình nghiên cứu dài hạn mà tôi có thể phân tách thành nhiều bước và các vấn đề tôi giải quyết là một trong những bước tiến triển này. Tôi nghĩ rằng sự kết hợp của hai điều này - tìm kiếm các vấn đề hấp dẫn về mặt thẩm mỹ, nhưng ghi nhớ mục tiêu lâu dài - khá hiệu quả đối với tôi.

Cho phép tôi thú nhận một đam mê tội lỗi: Tôi thích xem xét lại các kết quả cơ bản trong các lĩnh vực toán học liên quan đến chương trình nghiên cứu mà tôi đang thực hiện. Tất nhiên, nó thường chẳng dẫn đến đâu cả nhưng thỉnh thoảng ta có thể tìm thấy một chứng minh và qua đó một công cụ mới để giải quyết những vấn đề ban đầu của mình.

Anh có cảm thấy rằng sự tiến bộ trong toán học đôi khi rất nhanh nhưng đôi khi lại rất chậm hay không? Anh làm gì khi nó diễn ra nhanh và làm gì khi nó diễn ra chậm?

Làm toán học đôi khi đòi hỏi chúng ta phải đối mặt với những thời điểm mà nghiên cứu không có tiến triển mới nhưng cũng có lúc trở nên rất gấp rút. Mỗi người đều có cách riêng để vượt qua khi trời yên và khi bão tố.

Cách tiếp cận của tôi là luôn trong tư thế sẵn sàng để nghiên cứu khi cơn bão ập đến. Để làm được điều đó, tôi tận dụng những khoảng thời gian yên tĩnh để cải thiện càng nhiều càng tốt công việc thường ngày mà một nhà toán học phải làm: biên tập, phản biện, tham gia các hội đồng, viết bài, chuẩn bị dạy học, v.v. Trong thời gian rảnh rỗi này, tôi cũng cố gắng mở rộng phạm vi nghiên cứu của mình bằng cách tìm hiểu về các vấn đề và kỹ thuật mới.

Khi cơn bão đến, thử thách mới thực sự mới bắt đầu. Ý tưởng thường xuất hiện theo nhóm và hiếm khi xảy ra vào lúc thuận tiện nhất. Vì vậy, ta cần có sự chuẩn bị và tiến hành công việc theo từng bước. Tất nhiên, tôi không làm được điều đó. Tôi quá phấn khích và bắt đầu đi theo nhiều hướng cùng một lúc, nháp kín hết trang này đến trang khác, và trao đổi hàng chục e-mail với các đồng nghiệp. Đây là những khoảng thời gian rất căng thẳng và kiệt lực nhưng cũng là những khoảng thời gian đẹp nhất. Có thể nói nhà khoa học sống vì những khoảnh khắc thăng hoa này, mặc dù sau đó họ cần thời gian để cân bằng lại.

Kết quả toán thực sự đầu tiên mà anh thu được là gì? Hãy cho chúng tôi biết về bản thân kết quả, bối cảnh và ảnh hưởng của nó đối với anh.

Một trong những kết quả tôi tạo ra trong quá trình luận văn thạc sĩ của mình đã có một tác động quan trọng đến tầm nhìn của tôi về toán học. Tôi thực tập ở UBC[(2)] và làm việc trên lý thuyết thấm truy vết (bootstrap percolation), một mô hình cháy rừng. Tôi cố gắng giải quyết một trong những vấn đề chính trong lĩnh vực này: xác định giá trị mà ở đó mô hình ba chiều phải trải qua một sự thay đổi mạnh mẽ về hành vi.

Trong suốt cả mùa hè, tôi thấy rằng mình đã có đầy đủ chứng minh và bắt đầu công việc viết lách của mình. Một hôm, trong khi kiểm tra arXiv (nơi các nhà toán học và vật lý cung cấp các tiền ấn phẩm của mình miễn phí cho công chúng), tôi phát hiện ra một bài báo được đăng vào buổi sáng của Balogh, Bollobas và Morris, giải quyết chính xác vấn đề tôi đang làm. Tôi đã cảm thấy sụp đổ.

Tuy nhiên, tôi nghĩ rằng hai lập luận có một số khác biệt và cụ thể là trường hợp số chiều cao hơn vẫn nằm trong khuôn khổ chứng minh của tôi. Do vậy, tôi đã liên hệ với các tác giả để nói với họ về điều này, nhưng thành thật mà nói thì tôi có rất ít thứ để thể hiện ngoài một bản thảo được viết thiếu chặt chẽ và không có đủ sự trau chuốt. Lúc này, ba tác giả đó đã hành xử theo cách gây dấu ấn sâu đậm trong tôi nhiều năm về sau. Họ cũng có một lập luận cho trường hợp chiều cao hơn, nhưng đề xuất, thay vì cố gắng ganh đua lẫn nhau, họ mong muốn được hợp tác thực hiện một lập luận tối ưu bằng cả hai cách tiếp cận. Bài báo này hiện đã được công nhận rộng rãi trong cộng đồng lý thuyết thấm truy vết, và chỉ là bài báo đầu tiên trong một loạt công trình hợp tác cực kỳ hiệu quả và thú vị của chúng tôi.

Đó quả thực là một ví dụ hoàn hảo về giá trị của sự hào phóng và hòa nhập trong cách làm toán của chúng ta. Những tác giả này có thể đã thắng cuộc đua mà không gặp khó khăn gì trước một nhà toán học trẻ tuổi thiếu kinh nghiệm nhưng việc cho tôi cơ hội trở thành một phần của nhóm đã mang đến nhiều lợi ích hơn cho cả hai bên.

Tôi luôn cố gắng hòa nhập và tránh cạnh tranh bằng mọi giá, ghi nhớ những gì họ đã làm có lợi như thế nào đối với sự nghiệp của mình và chia sẻ ý tưởng với bất kỳ ai mong muốn. Cuối cùng, tôi

(2) University of British Columbia tại Vancouver, Canada (Chú thích biên tập).

nhận ra rằng toán học trở nên vui hơn nhiều khi được thực hiện chung.

Anh có thể cho chúng tôi biết về khoảnh khắc "Eureka!"lớn nhất của anh không?

Đây là một câu hỏi dễ vì tôi nhớ rất rõ. Nó không liên quan đến bài báo quan trọng nhất của tôi nhưng lại là khoảnh khắc nghiên cứu thú vị nhất mang lại cho tôi nhiều niềm vui khi trải nghiệm.

Đó là một ngày khá bình thường. Tôi trò chuyện rôm rả khi uống cà phê với Vincent Tassion, một người bạn và cũng là người cộng tác lâu năm của tôi. Vincent kể với tôi một cuộc tranh luận thú vị về lý thuyết thấm Bernoulli với thầy hướng dẫn tiến sĩ cũ của anh ấy là Vincent Beffara. Những gì họ rút ra được sau đó rất thú vị nhưng các lập luận mới thực sự là điều thu hút sự chú ý của tôi.

Khi thảo luận với Vincent và cố gắng để hiểu vấn đề, chúng tôi phát hiện được một phiên bản của kết quả liên hệ trực tiếp đến một ước lượng thuộc về một vấn đề hoàn toàn khác mà tôi đang giải quyết lúc ấy. Chúng tôi nhận ra rằng tiếp cận này có thể đưa ra câu trả lời cho vấn đề.

Quan trọng hơn, cách chúng tôi xây dựng điều kiện này ngay lập tức tạo ra phản ứng trong tâm trí của Vincent: điều kiện là hiển nhiên để có được sự thấm Bernoulli. Với sự quan sát của anh ấy, chúng tôi ngay lập tức nhận ra rằng chúng tôi có được một chứng minh hoàn toàn mới và rất ngắn cho một trong những kết quả nền tảng của lý thuyết thấm Bernoulli.

Toàn bộ cuộc thảo luận kéo dài mười phút và khi kết thúc, mọi thứ được ghi chép lại đầy đủ trên bảng đen. Sau đó, kết quả này hiện được giảng dạy trong các khóa học về lý thuyết thấm như một phần cơ bản của chương trình tổng thể về vật lý thống kê.

Điều đáng chú ý trong câu chuyện này là không ai trong chúng tôi cố gắng giải quyết vấn đề. Chính trận bóng bàn tư tưởng vô mục đích này đã gần như ngay lập tức cô đọng lại thành một lập luận hoàn toàn mới mẻ và (theo tôi) khá mạnh mẽ. Chia sẻ khoảnh khắc Eureka này một cách chân thành với người khác thú vị hơn nhiều so với việc tự khám phá một cách cô đơn.

Nhà toán học Vincent Tassion.
Ảnh: ETH Zürich.

Tôi cố gắng hết sức để tái tạo những khám phá có thể chia sẻ được này bằng cách thảo luận cởi mở, thường xuyên và không có mục tiêu định trước với các cộng sự của mình. Những tình huống tương tự như vậy đã được lặp lại trong sự nghiệp của tôi nhưng kỷ niệm với Vincent là lần đầu tiên và chắc chắn là lần thú vị nhất.

Anh cảm thấy như thế nào và đã làm gì khi biết tin mình được nhận giải?

Chà, thật thú vị, Carlos Kenig, người đứng đầu Liên đoàn Toán học Quốc tế và Hội đồng giải thưởng Fields, đã liên hệ với tôi qua email để sắp xếp một cuộc điện thoại nhưng email của ông đã bị chuyển thẳng mục thư rác. Ngoài ra, tôi cũng đang thảo luận liên tục với Vincent Tassion về một đề tài gắn bó với chúng tôi trong nhiều năm nên tôi đã không kiểm tra email của mình thường xuyên. Vì vậy, tôi đã nhận được thông báo muộn. Khi tôi phát hiện ra email thứ hai của giáo sư Kenig đề xuất một cuộc họp, tôi ngay lập tức hiểu rằng đây có lẽ là về việc nhận giải thưởng. Vài giờ sau, tôi có điện thoại với giáo sư Kenig và ông ấy đã nói với tôi tin tức tuyệt vời.

Một cảm giác đến với tôi gần như ngay lập tức là trách nhiệm lớn lao đi kèm với chiếc huy chương này. Tôi nghĩ rằng nó không thay đổi nhiều cách chúng ta làm việc hàng ngày, nhưng ngoài toán học, nó sẽ thúc đẩy bạn trở thành đại sứ trong lĩnh vực của mình. Trở thành một tấm gương tốt cho xã hội là một thách thức vừa khó khăn vừa hơi đáng sợ, đặc biệt là những nhà toán học giỏi nhất không nhất thiết phải là người tốt nhất để nói về toán cho những người ngoài lĩnh vực hẹp của mình. Tuy nhiên, giải thưởng là như vậy, đó là nhiệm vụ mà tôi đang phải làm bây giờ và tôi sẽ cố gắng hết sức để không làm cộng đồng thất vọng.

Ngoại trừ cảm giác trách nhiệm, chắc hẳn tôi đã hơi bị sốc vì trong những ngày tiếp theo, tôi hầu như bị ám ảnh bởi suy nghĩ về những lập luận mới vừa phát triển cùng với Vincent chứ không phải là những gì liên quan đến huy chương.

Tôi đã được thông báo về giải thưởng vào giữa tháng Một. Việc giữ bí mật là một thách thức đối với tôi để tận hưởng trọn vẹn niềm vui này. Tôi thường thích chia sẻ với những người tôi yêu thương nhưng trong trường hợp này, điều đó là không được phép. Thêm nữa, tình hình giữa Nga và Ukraine xấu đi nhanh chóng vào khoảng thời gian ấy nên tôi rõ ràng không có tâm trạng thích thú với việc tận hưởng giải thưởng này. Nhưng bây giờ khi thông tin đã được công bố, ít nhất tôi sẽ có thể chia sẻ với gia đình, các cộng sự và cộng đồng của mình, đồng thời nhìn nhận những điều đã thực sự xảy ra.

Ai là người đã đóng góp nhiều nhất cho thành công này?

Đối với tôi, nghiên cứu là một trải nghiệm nhóm. Tôi thích làm việc theo nhóm và chia sẻ thành công với những người cộng tác của mình. Trong số các cộng sự thường xuyên nhất của tôi, Ioan Manolescu và Vincent Tassion là những người thân thiết với tôi nhất. Một phần lớn các công việc tôi đã làm trong 14 năm qua là với một trong số họ và tôi vô cùng biết ơn về sự hợp tác thành công này. Trên thực tế, họ còn hơn cả những người cộng tác: họ là những người bạn rất thân và tôi cảm thấy rất may mắn khi có được họ trong đời. Chắc chắn một phần lớn giải thưởng của tôi có dấu ấn của họ.

Michael Aizenman cũng đóng một vai trò quan trọng trong nghiên cứu của tôi. Chúng tôi đại diện cho hai thế hệ làm việc cùng nhau và hưởng thành quả từ những trải nghiệm rất khác nhau của mình. Nghiên cứu không ngừng phát triển và cách chúng ta làm vật lý toán ngày nay khác với cách của 14 năm trước. Với Michael, chúng tôi thu xếp để tương tác rất hiệu quả nhằm có được những gì tốt nhất cho hai tầm nhìn của chúng tôi về toán học và vật lý. Tôi cũng cảm ơn anh ấy rất nhiều.

Cuối cùng, tôi cũng nhớ đến Vladas Sidoravicius, người tiếc thay đã mất vài năm trước. Anh ấy là một người bạn thân thiết và một cộng sự quan trọng. Niềm vui làm toán đã vợi đi khi mất anh.

Những chân trời mới, vấn đề mới, mục tiêu mới đối với anh bây giờ là gì?

Thật khó xác định vì mọi thứ liên tục thay đổi. Tôi và các cộng sự chắc chắn đã đạt được những bước tiến tới việc hoàn thành một số chương trình nghiên cứu có ý nghĩa đối với chúng tôi. Vì chúng tôi đang tiến khá gần tới một số thành tựu nhất định, tôi chắc chắn muốn thúc đẩy các nghiên cứu này nhiều hơn nữa. Và sau đó, ai biết được việc giải quyết những vấn đề này sẽ có thể đưa chúng ta đến đâu.

Trong suốt sự nghiệp của mình, tôi xen kẽ giữa những khoảng thời gian nghiên cứu chuyên sâu theo một hướng nhất định với những khoảng thời gian cố gắng mở rộng nghiên cứu. Những năm qua chắc chắn tương ứng với trường hợp đầu tiên và tôi bây giờ cảm thấy rằng sau khi giải quyết các chương trình này, sẽ đến lúc chuyển sang giai đoạn khám phá những chân trời mới. Ngoài ra, tôi đặc biệt quan tâm đến chuỗi lượng tử và sự khoanh vùng Anderson (Anderson localization), chỉ để kể ra hai trong các hướng tôi thấy khả thi.

Nhưng hiện tại, ưu tiên rõ ràng là hoàn thành những chương trình đã được khởi xướng từ rất lâu.

Anh có rút ra cảm hứng gì từ việc dạy toán?

Giảng dạy là một trong những khía cạnh quan trọng nhất trong công việc của chúng tôi. Tôi có một khoảng thời gian không giảng dạy khi làm việc ở Viện Nghiên cứu Khoa học cao cấp (Institut des Hautes Études Scientifiques), một viện nghiên cứu thuần túy. Quả là tôi đã rất nhớ việc dạy học. Các tương tác với học sinh, việc chuẩn bị bài trước khi đứng lớp, những ý tưởng nảy sinh trong quá trình chuẩn bị đó, đều rất quan trọng đối với nhà toán học. Bằng cách nào đó, giảng dạy giống như hô hấp đối với nhà toán học: nó cho phép cô ấy/anh ấy nhìn lại quá trình nghiên cứu để làm đầy sinh khí cho tâm trí. Trong trường hợp của tôi, tôi thực sự cần sự hô hấp này để phá vỡ những thời kỳ khô hạn kéo dài của mình.

Cũng không thể quên rằng giảng dạy là tác động trực tiếp lớn nhất của các nhà toán học đối với xã hội và là một phần rất quan trọng trong công việc của chúng ta.

Anh có ước mọi người biết nhiều hơn về những gì đang xảy ra trong toán học không? Điều gì mà các nhà toán học nên làm để giúp mọi người đánh giá cao tầm quan trọng và vẻ đẹp của những việc họ làm?

Làm thế nào để mọi người quan tâm hơn đến toán học là một câu hỏi khó. Điều tôi nhận thấy là mọi người đánh giá mức độ yêu thích môn toán của họ thông qua trình độ khi họ còn nhỏ. Điều này khá kỳ lạ, vì có nhiều người học kém môn văn ở trường mà vẫn thích đọc. Đối với toán học, điều này lại khác...

Một trong những vấn đề chính là toán học được coi là một thứ thuần túy thực dụng, thứ hữu ích nhất cho các ứng dụng cho công nghệ của chúng ta, và tệ hơn là chỉ giới hạn trong phạm vi trường học. Không có gì sai hơn điều này. Một trong những khía cạnh quan trọng nhất của toán học là nó là một di sản chung và phổ quát của chúng ta với tư cách là con người, và vẻ đẹp và niềm vui của nó không chỉ dành riêng một số người hiểu biết.

Việc phổ cập toán đã đạt được nhiều tiến bộ đáng kể và phần lớn nhằm mục đích thể hiện vẻ đẹp hơn là tính hữu dụng. Tôi nghĩ đây thực sự là cách đúng đắn để khiến mọi người quan tâm hơn về toán học. Chúng ta sẽ không bao giờ kết nối con cái của chúng ta với toán học bằng cách nói với chúng rằng toán học rất hữu ích, mà phải bằng cách nào đó làm cho chúng hứng thú với toán học.

Trên thực tế, toán học có lẽ hội tụ tất cả mọi điều để trở thành một đam mê hoàn hảo: tư duy phản biện, giải quyết vấn đề, những câu chuyện thú vị, liên kết đến các lĩnh vực khoa học khác, liên quan đến lịch sử, v.v. Điều quan trọng là làm thế nào để điều chỉnh trình độ phù hợp với đối tượng.

Tương tác với máy tính quan trọng như thế nào đối với công việc của anh ở hiện tại và trong tương lai? Anh tương tác với máy tính hay con người nhiều hơn?

Tất nhiên máy tính là một phần quan trọng trong công việc của chúng tôi, nhưng tôi đoán các bạn đang muốn nhắc tới những tiến bộ gần đây trong học sâu hay trí tuệ nhân tạo và liệu tôi có thể thấy trước một số ứng dụng của hỗ trợ máy tính cho nghiên cứu của mình hay không.

Dù đã chứng kiến những ứng dụng đáng kinh ngạc gần đây của trí tuệ nhân tạo, chẳng hạn như đối với lý thuyết biểu diễn và trong nhiều năm mô phỏng đã là một thành phần quan trọng trong công việc của chúng tôi với tư cách là nhà vật lý toán, nhưng tôi không thực sự thích sử dụng máy tính mà thích gõ cửa trao đổi với các đồng nghiệp của mình hơn. Mặt khác, tiềm lực khoa học của trí tuệ nhân tạo trong việc làm sáng tỏ các hướng nghiên cứu mới và giải quyết các vấn đề là không còn phải bàn cãi, và rõ ràng là nó sẽ ngày càng đóng một vai trò quan trọng hơn trong đời sống toán học của chúng ta.

Ngoài toán học, anh thích làm gì, có sở thích hay theo đuổi điều gì không?

Tôi cũng có một cuộc sống hàng ngày khá bình thường. Tôi cũng giống như bao người khác: xem phim, chăm sóc nhà cửa, gặp gỡ bạn bè. Tất nhiên, một điều mới đã xảy ra và thay đổi hoàn toàn cuộc sống của tôi: tôi trở thành một người cha. Được chơi với con gái đối với tôi bây giờ là điều mà tôi yêu thích nhất trần đời.

Anh tiếp cận mọi thứ với tư cách là một nhà toán học hay thích quên đi toán học trong những lúc giải lao?

Là con trai của một giáo viên thể thao và một cựu vũ công, tôi thích tập thể thao từ nhỏ. Nhưng tôi chưa bao giờ thúc đẩy bản thân trong thể thao nhiều như tôi làm trong toán học. Ví dụ, tôi chưa bao giờ cố gắng tối ưu hóa hoặc trở nên giỏi hơn trong một môn thể thao chỉ vì tôi thích thế. Với toán học thì câu chuyện khác hẳn, tôi dành thời gian để suy nghĩ về cách mình đang làm, những gì có thể được cải thiện trong cách tổ chức các hoạt động, quá trình tư duy, sự tương tác của tôi với các cộng sự và cộng đồng, v.v.

Là một người đạt giải thưởng đồng nghĩa với việc anh cũng trở thành một đại sứ cho toán học trước xã hội và các nhà lãnh đạo. Anh sẽ nói gì, chẳng hạn trong một cuộc họp với Bộ trưởng Bộ Khoa học và Giáo dục?

Mặc dù tôi hiểu rằng một người nhận huy chương Fields sẽ được mời trở thành đại sứ nhưng tôi vẫn chưa chắc mình sẽ nói gì với Bộ trưởng Bộ Khoa học và Giáo dục. Tôi không nghĩ rằng giải thưởng này sẽ làm cho ý kiến của tôi về một số chủ đề nào có giá trị hơn trước, và chắc chắn là không chính xác hơn. Vì vậy, tôi muốn tìm hiểu trước với những người tham gia vào công việc này trong nhiều năm xem đâu là nhu cầu của số đông, đâu là nguyện vọng mà công chúng muốn truyền đạt, để có thể trở thành một người phát ngôn hiệu quả cho cộng đồng.

Dịch bài: Phan Thị Hà Dương (Viện Toán học) và Nguyễn Vân Nhi (Quỹ VinIF).

Nghệ thuật đối xứng trong Toán học, Vật lý và Văn học

Phan Thành Nam[1]

Lời nói đầu: Bài viết này dựa trên bài giảng đại chúng mà tôi đã đọc trong hè 2022. Tôi xin cảm ơn các thầy Huỳnh Tấn Châu (THPT Lương Văn Chánh), Ngô Quốc Anh (ĐHQG Hà Nội), Nguyễn Văn Vinh (ĐH Huế), Phạm Quý Mười (ĐH Đà Nẵng), Lê Công Trình, Nguyễn Ngọc Quốc Thương (ĐH Quy Nhơn), Mai Hoàng Biên (ĐHQG TP Hồ Chí Minh), Lê Minh Triết (ĐH Sài Gòn), đã cho tôi có dịp trao đổi với các bạn học sinh, sinh viên và nhận nhiều phản hồi thú vị.

1. Phép cộng Gauss

Ông Carl Friedrich Gauss, sinh năm 1777 ở Đức, là một trong những nhà toán học xuất sắc nhất trong lịch sử. Tương truyền, ngay từ bậc tiểu học, ông đã hiểu các vấn đề rất nhanh và thường xuyên hỏi khó thầy cô. Một ngày, thầy giáo "phạt"Gauss bằng cách yêu cầu ông tính tổng các số từ 1 tới 100. Với cách nghĩ thông thường, ta sẽ lấy 1 cộng 2 bằng 3, cộng thêm 3 bằng 6, cộng thêm 4 bằng 10, và cứ thế tiếp tục cộng thêm tới 100. Thầy giáo hi vọng nhiệm vụ "cơ bắp"này sẽ khiến Gauss yên lặng một lát. Tuy nhiên, không ngờ chưa tới một phút ông đã có đáp số chính xác. Cách làm của ông là viết 2 lần tổng cần tính, nhưng theo thứ tự ngược nhau

$$1+\ 2+\ldots+100$$
$$100+99+\ldots+1$$

Vì tổng 2 số ở mỗi cột luôn là 101 (=1+100=2+99+...), và có 100 cột như vậy, nên tổng tất cả các số là 101×100. Tổng cần tính ban đầu bằng một nửa số đó, tức là $101\times 50=5050$.

Đây có thể xem là một ví dụ tiêu biểu cho nghệ thuật đối xứng hoá trong toán học, trong đó Gauss biến một vấn đề bất đối xứng thành một vấn đề đối xứng, bằng cách khéo léo sử dụng tính giao hoán của phép cộng để viết tổng 1+2+...+100 theo 2 cách ngược nhau.

Bản thân tôi có một kỷ niệm vui là tư duy học được từ Gauss đã giúp tôi giải một bài toán trong kỳ thi HSGQG môn toán (bài 3 bảng B năm 2002):

Đề bài: Cho $S=\{1,2,...,2002\}$ và T là tập hợp các tập con không rỗng của S. Với mỗi $X\in T$, gọi $m(X)$ là trung bình cộng của các số trong X. Hãy tính m là trung bình cộng của các số $m(X)$ với $X\in T$.

Lời giải: Định nghĩa song ánh $f:T\to T$ với $f(X)=\{2003-x : x\in X\}$. Vì $m(X)+m(f(X))=2003$ với mọi $X\in T$, nên $m=2003/2$.

2. Chứng minh phản chứng

Bây giờ chúng ta tới một bài toán khác là câu chuyện về các số nguyên tố 2, 3, 5, 7, 11, 13,... Theo định nghĩa, các số nguyên tố là các số lớn hơn 1, chỉ chia hết cho 1 và chính nó. Các số nguyên tố là những viên gạch cơ bản để xây dựng nên thế giới số học vì mỗi số nguyên dương đều là tích của các số nguyên tố.

Năm 300 trước công nguyên, ông Euclid chứng minh rằng có vô hạn số

[1]Đại học Munich, CHLB Đức. *Email*: nam@math.lmu.de.

nguyên tố. Định lý Euclid không những là một trong những kết quả quan trọng bậc nhất trong số học, mà cách chứng minh của Euclid còn là mẫu mực của sự sáng tạo. Ông chứng minh bằng phản chứng như sau: Giả sử chỉ có hữu hạn số nguyên tố $p_1, p_2, ..., p_n$. Khi đó số $E = p_1 p_2 \cdots p_n + 1$ phải có một ước số nguyên tố nào đó, nhưng đồng thời E không chia hết cho bất cứ số nguyên tố nào trong số $p_1, ..., p_n$. Điều mâu thuẫn này dẫn tới kết luận là phải có vô hạn số nguyên tố.

Trong cuốn “Lời xin lỗi của một nhà toán học”, ông Hardy bình luận rất hay về phép phản chứng: tuy toán và cờ đều là những trò chơi trí tuệ, nhưng phép phản chứng trong toán là một nước đi lãng mạn hơn bất cứ một nước cờ thí quân nào, vì các kỳ thủ có thể hy sinh một tốt, một mã, một xe... nhưng không thể thí tướng, còn các nhà toán học thì sẵn sàng thí cả ván cờ.

Yếu tố đối xứng ẩn sau phép chứng minh phản chứng là tiên đề: "Mọi mệnh đề chỉ có một trong hai khả năng: đúng hoặc sai". Điều này cho phép khởi động tư duy nhị nguyên: nếu một mệnh đề không sai, thì nó phải đúng, và ngược lại. Về mặt triết học, nhãn quan của chúng ta được mở rộng gấp đôi, giúp chúng ta khẳng định được điều ẩn giấu từ điều hiển hiện. Tôi nghĩ cách nhìn này phần nào liên quan tới giải Nobel Vật lý 2022: trong hiện tượng rối lượng tử, nếu 2 hạt lượng tử đã "có duyên"với nhau, thì bằng cách quan sát trạng thái một hạt, chúng ta sẽ biết ngay trạng thái hạt còn lại, bất kể chúng cách xa thế nào đi chăng nữa. Tuy tư duy nhị nguyên khiến toán học vô cùng trong sáng và chặt chẽ, nhưng khi áp dụng vào cuộc đời chúng ta cần cẩn thận, vì trong cuộc đời có những vùng xám nằm giữa đúng và sai.

3. Bài toán gánh nước

Nghệ thuật đối xứng hoá đã được phát triển và ứng dụng ở rất nhiều lĩnh vực trong toán. Ở đây tôi xin thảo luận 2 ví dụ cơ bản trong hình học.

Bài toán đầu tiên, tạm gọi là bài toán gánh nước, phát biểu như sau: Hai bạn A và B sống gần một con sông. Bạn A muốn đi từ nhà mình tới bờ sông lấy nước rồi gánh qua nhà bạn B. Vậy bạn A nên đi như thế nào để tổng quãng đường là ngắn nhất?

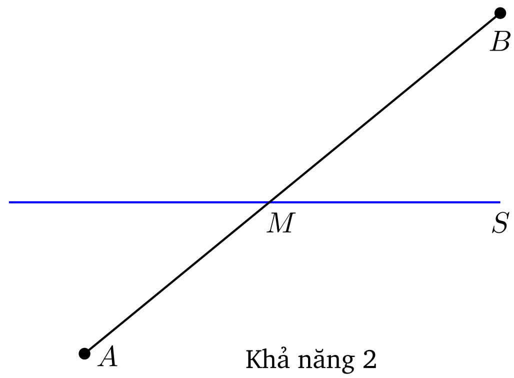
Với ngôn ngữ hình học, chúng ta biết trước 2 điểm A, B (nhà của A và B) và đường thẳng S (bờ sông), và ta cần tìm điểm M trên đường thẳng S sao cho $MA+MB$ là nhỏ nhất. Nếu chỉ có 1 điểm A, thì rõ ràng MA sẽ nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của A xuống S. Tuy nhiên, với 2 điểm A và B, nếu chúng ta thay đổi điểm M sao cho MA nhỏ lại, thì MB có thể lớn lên, và ngược lại. Do đó, ước lượng tổng $MA+MB$ là một bài toán khó. Ở đây, một lần nữa chúng ta sẽ sử dụng tư duy đối xứng hoá để giải quyết vấn đề. Điều thú vị là có 2 cấp tư duy đối xứng hoá khác nhau. Ở cấp độ logic, tư duy đối xứng hoá giúp chúng ta nhận ra 2 khả năng:

Khả năng 1: A và B ở cùng 1 phía với bờ sông.

Khả năng 2: A và B ở khác phía với bờ sông.

Việc nhận ra có 2 khả năng là không tầm thường. Cách nghĩ thông thường luôn hướng chúng ta tới khả năng 1 vì ta có thói quen nghĩ A và B phải tương đối gần nhau, kiểu như thơ Nguyễn Bính:

Nhà nàng ở cạnh nhà tôi
Cách nhau cái dậu mồng tơi xanh rờn

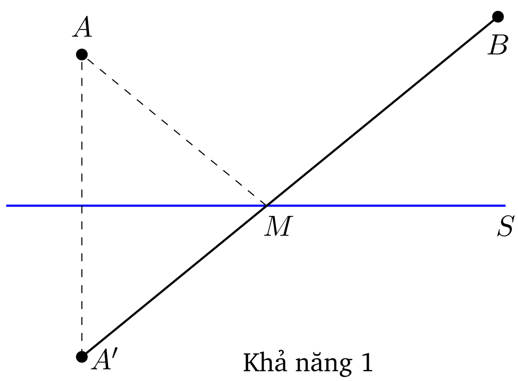


Khả năng 2

Mặt khác, nếu xem cái dậu mồng tơi như con sông, thì ta sẽ thấy được khả năng 2. Một khi đã thấy cả 2 khả năng, thì bài toán có thể chia ra 2 bước.

Bước 1, ta xét khả năng 2. Trong trường hợp này điểm M tối ưu hiển nhiên là giao điểm giữa S với đoạn AB (do bất đẳng thức tam giác).

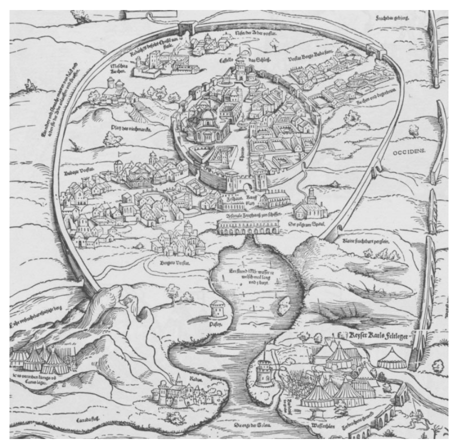
Bước 2, ta đưa khả năng 1 về khả năng 2, cũng bằng tư duy đối xứng hoá, nhưng ở cấp độ hình học. Cụ thể là ta xét điểm A' là đối xứng của điểm A qua S, vì $MA' = MA$ nên điểm M tối ưu sẽ là giao điểm giữa S với đoạn $A'B$.



Khả năng 1

4. Bài toán đẳng chu

Nghệ thuật đối xứng hoá cũng xuất hiện trong một bài toán hình học nổi tiếng khác là bài toán đẳng chu, hay còn gọi là bài toán Dido. Trong tác phẩm sử thi Aeneid viết trong khoảng năm 29 đến năm 19 trước công nguyên, ông Virgil ghi lại câu chuyện về nữ hoàng Elissa (tên Hi Lạp là Dido): khi bà chạy nạn từ Týros tới Tunis, thủ đô của Tunisia, người địa phương cho phép bà mua một mảnh đất với điều kiện là mảnh đất ấy phải được bao quanh bởi một miếng da bò cho trước. Nói theo ngôn ngữ toán học, bà Dido cần tìm một hình có diện tích lớn nhất trong số những hình có chu vi cho trước (đẳng chu). Bằng trực giác, bà Dido nhận ra ngay đó phải là một hình tròn, và vùng đất mà bà mua được tên là Carthage (thành phố mới), sau này được xem là trung tâm thương mại quan trọng nhất của Địa Trung Hải thời cổ đại.



Vùng đất Carthage hình tròn trong thành phố Tunis. Bản đồ kỷ niệm chiến dịch của Carlos Quintos, 1535.

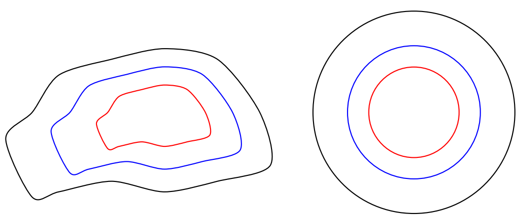
Về mặt toán học, mãi tới năm 1884, ông Hermann Schwarz mới đưa ra lời giải chặt chẽ cho bài toán đẳng chu bằng cách sử dụng kỹ thuật đối xứng hoá. Việc phát triển ý tưởng của Schwarz đưa tới một loạt bất đẳng thức trong toán học hiện đại, trong đó có bất đẳng thức Pólya–Szegő (1951): năng lượng của một hàm f luôn không nhỏ hơn phiên bản đối xứng đơn điệu giảm của nó, tức là

$$\|\nabla f\|_{L^p(\mathbb{R}^d)} \geq \|\nabla f^*\|_{L^p(\mathbb{R}^d)}, \quad \forall p \geq 1.$$

Ở đây f^* (symmetric decreasing rearrangement – tạm dịch là phiên bản đối xứng đơn điệu giảm) được định nghĩa từ f thông qua các "level sets":

$$\{x : f^*(x) > t\} = \{x : |f(x)| > t\}^*,$$

với mỗi số thực $t > 0$, trong đó U^* là ký hiệu hình tròn tâm 0 có cùng diện tích với U.



"Level sets" của f và f^*

Trong trường hợp $p = 1$, từ bất đẳng thức Pólya–Szegő ta có thể chọn f hội tụ về hàm đặc trưng của một miền U (tức là $f(x)$ xấp xỉ bằng 1 khi $x \in U$ và xấp xỉ bằng 0 nếu $x \notin U$), để suy ra $|\partial U| \geq |\partial U^*|$, tức là trong những hình có cùng diện tích thì hình tròn có chu vi nhỏ nhất. Điều này tương đương với lời giải của bài toán đẳng chu.

Trong trường hợp $p = 2$, từ bất đẳng thức Pólya–Szegő ta suy ra bất đẳng thức Rayleigh–Faber–Krahn: giá trị riêng đầu tiên λ của toán tử Laplacian (với điều kiện biên Dirichlet) $-\Delta$ trên miền U với diện tích cho trước sẽ luôn nhỏ nhất khi U là hình tròn. Điều này có ứng dụng quan trọng trong phương trình nhiệt, vì nhiệt độ thất thoát ra bên ngoài U, mô tả bởi $e^{-t\lambda}$ với thời gian t lớn, sẽ nhỏ nhất khi U là hình tròn.

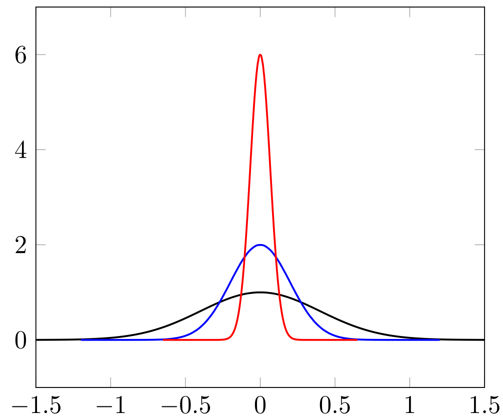
5. Đối ngẫu

Một khái niệm gần gũi với đối xứng là đối ngẫu (duality). Trong giải tích hàm, không gian đối ngẫu X' của X là không gian các hàm tuyến tính liên tục từ X vào các số thực (hoặc phức). Nếu X là không gian hữu hạn chiều như $\mathbb{R}^d$ thì $X' = X$. Tuy nhiên, nếu X là không gian vô hạn chiều thì X' có thể khác X, hơn nữa về mặt nguyên tắc nếu X càng nhỏ thì X' càng lớn và ngược lại.

Trong tự nhiên, các chú mèo biết rất rõ bất đẳng thức Rayleigh–Faber–Krahn, vì chúng luôn cuộn tròn khi ngủ để chống lại mùa đông lạnh giá.

Ý tưởng này đã được Laurent Schwartz khai thác để mở rộng các phép tính vi tích phân một cách triệt để. Ông bắt đầu bằng một không gian rất nhỏ, gọi là không gian các hàm thử, bao gồm các hàm khả vi vô hạn và bằng 0 bên ngoài một miền bị chặn (với một topo/sự hội tụ cực mạnh). Bằng cách lấy đối ngẫu ông nhận được một không gian rất lớn, gọi là không gian các hàm suy rộng (hoặc là không gian các phân bố).

Điểm thú vị là trong không gian hàm suy rộng của Schwartz, tất cả các hàm đều khả vi vô hạn lần. Ví dụ: xét hàm bước nhảy Heaviside $f(x) = 0$ nếu $x < 0$ và $f(x) = 1$ nếu $x \geq 0$. Đây không phải là một hàm liên tục nên không khả vi theo nghĩa thông thường. Tuy nhiên, với lý thuyết của Schwartz thì hàm này vẫn có đạo hàm, gọi là hàm delta Dirac tập trung tại 0: $f'(x) = 0$ nếu $x \neq 0$, $f'(0) = \infty$ và $\int f' = 1$. Hàm delta Dirac không thể định nghĩa theo kiểu thông thường nhưng được sử dụng rất rộng rãi trong vật lý để mô tả các điểm kỳ dị hoặc các tương tác có khoảng cách vô cùng bé.



Hàm delta Dirac có thể xem như là một giới hạn yếu của hàm Gauss $a^d e^{-\pi|ax|^2}$ khi $a \to \infty$

Ông Schwartz nhận giải Fields năm 1950 cho lý thuyết hàm suy rộng của mình. Ông đã tới Việt Nam ngay trong những năm chiến tranh và quay lại nhiều lần để giảng bài. Trong hồi ký của mình ông dành rất nhiều trang ghi lại tình cảm đặc biệt với Việt Nam, trong đó có câu "Người Việt Nam không quên tôi". Gần đây hội trường chính của Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán (VIASM) được đặt tên là Laurent Schwartz để ghi nhớ người bạn lớn của chúng ta.

6. Biến đổi Fourier

Từ nguyên lý "không gian càng nhỏ thì không gian đối ngẫu càng lớn", ta có thể mở rộng không gian các hàm thử để thu được điểm cân bằng đối xứng $X = X'$. Điều này đưa tới không gian

$$L^2(\mathbb{R}^d) = \{f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{C} : \int_{\mathbb{R}^d} |f|^2 < \infty\}.$$

Trên không gian $L^2(\mathbb{R}^d)$, có một toán tử đặc biệt gọi là biến đổi Fourier, biến mỗi hàm số $f(x)$ thành hàm số

$$\widehat{f}(p) = \int_{\mathbb{R}^d} f(x) e^{-2\pi \mathrm{i} p\cdot x} \mathrm{d}x,$$

trong đó "i"là số ảo ($\mathrm{i}^2 = -1$). Điểm thú vị là từ $\widehat{f}(p)$ chúng ta có thể tính ngược lại

$$f(x) = \int_{\mathbb{R}^d} \widehat{f}(p) e^{2\pi \mathrm{i} p\cdot x} \mathrm{d}p.$$

Điều này gọi là tính đối ngẫu của biến đổi Fourier, mà bản chất là một phép đối xứng: biến đổi Fourier ngược giống hệt biến đổi Fourier, chỉ thay "i"bởi i"(là phần tử đối xứng của "i"qua gốc toạ độ trong mặt phẳng phức).

Biến đổi Fourier cho phép chúng ta thiết lập một mối quan hệ đối xứng giữa vị trí "x" và động lượng "$-\mathrm{i}\nabla_x$"

$$\widehat{-\mathrm{i}\nabla f}(p) = 2\pi p \widehat{f}(p)$$

Điều này dẫn tới nhiều ứng dụng quan trọng, một trong số đó là giúp chúng ta hiểu rõ lưỡng tính sóng hạt trong cơ học lượng tử mà ta sẽ thảo luận ở phần sau.

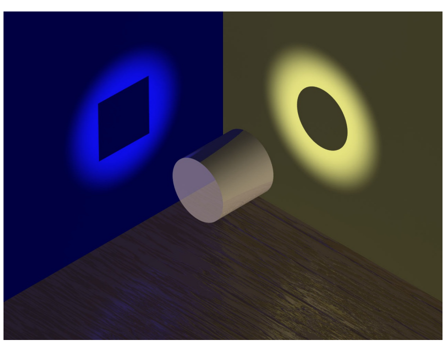
Nếu ta thay không gian $\mathbb{R}^d$ bởi hình xuyến đơn vị $\mathbb{T}^d = [0,1]^d$, nghĩa là giả sử hàm số f có tính tuần hoàn, thì biến đổi Fourier suy biến để cho ta các hệ số Fourier $\widehat{f}(p)$ với $p \in \mathbb{Z}^d$. Trong trường hợp này, tính đối ngẫu của biến đổi Fourier cho phép ta viết hàm số $f(x)$ thành tổng của các hàm tuần hoàn cơ bản $e^{2\pi \mathrm{i} p\cdot x} = \cos(2\pi p\cdot x) + \mathrm{i}\sin(2\pi p\cdot x)$ dưới dạng chuỗi Fourier

$$f(x) = \sum_{p\in\mathbb{Z}^d} \widehat{f}(p) e^{2\pi \mathrm{i} p\cdot x}.$$

Như vậy chúng ta có thể thay thế toàn bộ thông tin về hàm $f(x)$, vốn là một đối tượng vô hạn không đếm được, thành một chuỗi rời rạc $\{F(p)\}_{p\in\mathbb{Z}^d}$, là một đối tượng đếm được. Điều này vô cùng hữu ích trong nhiều ứng dụng, chẳng hạn việc truyền tín hiệu hay xử lý ảnh.

7. Lưỡng tính sóng hạt

Sau khi Newton xây dựng thành công cơ học cổ điển trong thế kỷ 17, lý thuyết hạt ánh sáng của ông được chấp nhận rộng rãi, mặc dù lý thuyết sóng ánh sáng của Hooke, Huygens và Fresnel nhỉnh hơn trong việc giải thích hiện tượng khúc xạ. Tình hình thay đổi vào đầu thế kỷ 19 với thí nghiệm khe Young. Trong thí nghiệm này, Young cho ánh sáng đi vào 2 khe hở song song trên một miếng bìa và hứng ánh sáng ở phía sau. Nếu ánh sáng là hạt thì Young sẽ hứng được 2 vạch sáng, nhưng ông lại hứng được rất nhiều vân giao thoa, điều này chỉ có thể giải thích nếu ánh sáng là sóng. Tới đầu thế kỷ 20, tình hình lại thay đổi một lần nữa khi Einstein giải thích thành công hiệu ứng quang điện bằng lý thuyết hạt ánh sáng và ông nhận giải Nobel vật lý năm 1921. Điều này làm các nhà vật lý khá bối rối, có người còn nói đùa rằng để đỡ cãi nhau thì cứ chấp nhận lý thuyết hạt vào thứ 2, 4, 6, chấp nhận lý thuyết sóng vào thứ 3, 5, 7, và nghỉ ngơi vào chủ nhật.



Tính "sóng"và tính "hạt"là hai mặt của cùng một vấn đề. Hình vẽ: Nicolae Sfetcu.

Năm 1924, de Broglie lần đầu tiên đưa ra giả thuyết rằng mọi dạng vật chất, không chỉ mình ánh sáng, đều có lưỡng tính sóng hạt, đồng thời bước sóng của mỗi vật chất luôn tỉ lệ nghịch với động lượng theo công thức $\lambda = h/p$ với h là hằng số Planck. Vì hằng số Planck rất nhỏ nên tính sóng chỉ có thể quan sát rõ ở các hạt rất nhẹ ở cấp độ nguyên tử với động lượng bé. Dự đoán của de Broglie được kiểm tra bằng thực nghiệm cho electron năm 1927 và ông nhận giải Nobel vật lý năm 1929. Nói như Einstein, chúng ta có hai bức tranh trái ngược về hiện thực (bức tranh hạt và sóng), chỉ dùng một trong hai thì không thể giải thích các hiện tượng của ánh sáng, nhưng sử dụng cùng nhau thì có thể. Tuy nhiên, sử dụng cùng nhau thế nào thì ông không nói. Cuối cùng, điều này được giải quyết triệt để bằng lý thuyết hàm sóng và biến đổi Fourier.

Năm 1925, Schrödinger đã xây dựng thành công phương trình cho hàm sóng để tính các mức năng lượng của một hạt lượng tử, nhưng không ai thực sự hiểu ý nghĩa của hàm sóng, kể cả bản thân Schrödinger. Sau đó, Born viết một loạt 3 bài báo giải thích cặn kẽ mọi thứ: hàm sóng của một hạt lượng tử là một hàm số f thuộc không gian $L^2(\mathbb{R}^d)$, trong đó $|f(x)|^2$ biểu diễn mật độ xác suất theo vị trí (tức là xác suất hạt có vị trí trong miền U bằng $\int_U |f(x)|^2 \mathrm{d}x$), còn $|\widehat{f}(p)|^2$ biểu diễn mật độ xác suất theo động lượng. Với cách hiểu thống kê này, lưỡng tính sóng hạt của de Broglie được thể hiện một cách hoàn hảo bằng toán học thông qua hàm sóng nhờ tính đối ngẫu của biến đổi Fourier. Điều này xác lập sự ưu việt của phương trình Schrödinger, dẫn tới giải Nobel vật lý cho Schrödinger năm 1933 và giải Nobel vật lý cho Born năm 1954.

Về mặt toán học, biến đổi Fourier giúp chúng ta hiểu công thức bước sóng của de Broglie một cách dễ dàng bằng cách xét các hàm Gauss:

$$\begin{aligned} & f(x) = a^d e^{-\pi|a(x-y)|^2} \\ \Leftrightarrow\ & \widehat{f}(p) = e^{-2\pi i p\cdot y} e^{-\pi|p/a|^2}. \end{aligned}$$

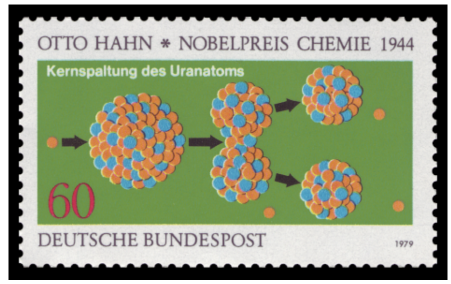
Lấy $y = 0$, ta thấy độ lớn của bước sóng ($x \sim 1/a$) tỉ lệ nghịch với độ lớn của động lượng ($p \sim a$). Hơn nữa, lấy $a \to \infty$, ta thấy rằng khi $f(x)$ là hàm delta Dirac tập trung tại y thì $\widehat{f}(p)$ là hàm tuần hoàn - hàm sóng cơ bản $e^{-2\pi i p \cdot y}$. Nếu chúng ta xem "hạt" là một "sóng suy biến" với bước sóng bằng 0, thì biến đổi Fourier thực sự chuyển hoá "hạt" thành "sóng", và ngược lại.

8. Phá vỡ đối xứng và chuyển pha

Năm 1918, bà Emmy Noether công bố một định lý rất sâu sắc, diễn dịch đơn giản là ở đâu có đối xứng (liên tục), ở đó có bảo toàn. Ví dụ như phương trình Schrödinger có tính đối xứng theo thời gian, nên năng lượng của hàm sóng được bảo toàn.

Ở đây tôi không đi sâu vào định lý Noether, mà muốn nhấn mạnh một hệ quả ở hướng ngược lại, đó là nói chung về mặt triết lý, hễ muốn có đột biến thì chúng ta phải phá vỡ đối xứng. Có thể hình dung sự có mặt của nhiều cấp độ đối xứng, sắp xếp như những thửa ruộng bậc thang: mỗi cấp độ đối xứng tương ứng với sự ổn định trong 1 tầng ruộng, còn phá vỡ đối xứng là giúp nhảy từ tầng này lên tầng khác.

Ở phương diện thẩm mỹ, đối xứng thường đảm bảo cái đẹp tương đối, nhưng phải bất đối xứng một tí thì mới có cơ hội vươn lên cái đẹp tuyệt đối. Trong toán học, chúng ta có khái niệm tỉ lệ vàng $(1 + \sqrt{5})/2 = 1.618...$, theo định nghĩa là tỉ lệ a/b giữa 2 cạnh a, b của một hình chữ nhật sao cho khi ta bỏ đi hình vuông cạnh b thì còn lại 1 hình chữ nhật đồng dạng với hình ban đầu. Tỷ lệ vàng có rất nhiều ứng dụng, trong đó có nghệ thuật chụp ảnh: để có điểm nhấn tốt, chúng ta không nên đặt đối tượng chính ở ngay giữa khung hình, mà nên đặt lệch một tí theo tỉ lệ vàng.



Khám phá của Otto Hahn trên một con tem ở CHLB Đức năm 1979.

Trong vật lý, việc phá vỡ đối xứng thường gắn liền với hiện tượng chuyển pha. Những ví dụ chuyển pha cơ bản là băng đá (thể rắn) khi bị làm nóng qua $0°C$ sẽ biến thành nước (thể lỏng), nước nếu bị tiếp tục làm nóng tới $100°C$ thì sẽ biến thành khí. Một ví dụ khác, ít thông dụng hơn, là phản ứng phân hạch. Năm 1938, Otto Hahn và Fritz Strassmann phát hiện rằng nếu bắn 1 hạt neutron vào 1 hạt nhân urani-235, thì hạt nhân sẽ bị vỡ thành 2 mảnh, đồng thời bắn ra 3 hạt neutron và toả ra một năng lượng đáng kể. Sau đó, 3 hạt neutron có thể va vào 3 hạt nhân urani-235 khác khiến chúng vỡ thành 6 mảnh và bắn ra 9 hạt neutron,... Điều này dẫn tới hiệu ứng domino, cho phép thu được một năng lượng cực lớn từ một lượng nhỏ urani-235. Ông Hahn nhận giải Nobel hoá học 1944 cho phát kiến này, và đây chính là cơ sở hoạt động của bom nguyên tử và các lò phản ứng hạt nhân. Rất may (hoặc không may) là urani-235 chỉ chiếm khoảng 0,7% urani trong tự nhiên còn đồng vị urani-238 chiếm gần 99,3% còn lại, trong khi chế tạo bom nguyên tử cần urani được làm giàu tới khoảng 90% urani-235 (còn làm điện hạt nhân chỉ cần 3-5% urani-235).

9. Đối xứng, đối ngẫu và chuyển pha trong văn học

Yếu tố đối xứng xuất hiện rất nhiều trong văn học thông qua lối văn biền ngẫu, chẳng hạn "Từ Triệu, Đinh, Lý, Trần bao đời gây nền độc lập/ Cùng Hán, Đường, Tống, Nguyên mỗi bên hùng cứ một phương" (Nguyễn Trãi). Tuy nhiên, cũng có nhiều câu thơ vượt trên quy ước biền ngẫu, mà ở đó đối xứng, đối ngẫu và chuyển pha được sử dụng một cách tinh tế.

9.1. Chúng ta bắt đầu với bốn câu trong "Truyện Kiều" của Nguyễn Du:

Người về chiếc bóng năm canh
Kẻ đi muôn dặm một mình xa xôi
Vầng trăng ai xẻ làm đôi
Nửa in gối chiếc nửa soi dặm trường

Đây là những câu thơ nói về cảnh chia ly mang đầy màu sắc toán học với sáu con số (chiếc–năm, muôn–một, đôi–nửa). Trong hai câu đầu, Nguyễn Du diễn tả nỗi cô đơn của cả "người về" và "kẻ đi" bằng phương pháp đối xứng khi đặt cái lẻ loi trong thời gian ("chiếc bóng năm canh") song song với cái lẻ loi trong không gian ("muôn dặm một mình"). Sau đó, ông đẩy nỗi cô đơn lên một tầm cao mới bằng cách chuyển pha: từ một vầng trăng chung trong thực tại – vầng trăng duy nhất vừa in gối chiếc vừa soi dặm trường, giờ bỗng hoá thành hai nửa vầng trăng riêng trong tâm thức – một ở lại nơi khuê phòng nhớ thương một đi xa ngàn dặm.

Tương truyền ở Trung Quốc thời hậu Chu (907–955), có nàng Lương Ý Nương yêu một người mà bị gia đình ngăn cấm. Nàng bèn viết bài "Trường tương tư" vô cùng cảm động, cuối cùng thuyết phục được cha mẹ cho kết hôn với người yêu. Bài thơ có những câu:

Chàng ở đầu sông Tương
Thiếp ở cuối sông Tương
Nhớ nhau không gặp mặt
Cùng uống nước sông Tương

(Quân tại Tương giang đầu
Ngã tại Tương giang vĩ
Tương tư bất tương kiến
Đồng ẩm Tương giang thuỷ)

Dòng sông Tương giúp nàng Ý Nương có màn chuyển pha ấn tượng khi biến cái riêng ("chàng đầu sông", "thiếp cuối sông") thành cái chung ("cùng uống nước sông Tương"). Trong Truyện Kiều, Nguyễn Du sử dụng thủ pháp ngược lại: biến cái chung (vầng trăng) thành cái riêng (hai nửa), khiến cho cuộc chia ly giữa Kiều và Thúc Sinh còn buồn hơn cả cảnh "nhớ nhau không gặp mặt" của đôi tình nhân ở sông Tương.

9.2. Trong "Chinh phụ ngâm" của Đặng Trần Côn - Đoàn Thị Điểm cũng có những câu tả cuộc chia ly vô cùng cảm động:

Cùng trông lại mà cùng chẳng thấy
Thấy xanh xanh những mấy ngàn dâu
Ngàn dâu xanh ngắt một màu
Lòng chàng ý thiếp ai sầu hơn ai?

(Tương cố bất tương kiến
Thanh thanh mạch thượng tang
Mạch thượng tang, mạch thượng tang
Thiếp ý quân tâm thuỳ đoản tràng?)

Hai câu đầu mở ra hình ảnh đối xứng giống như trong bài toán gánh nước (khả năng 2), tuy nhiên giờ đây chàng và thiếp cách nhau không chỉ một cái giậu mồng tơi mà là cả mấy ngàn dâu xanh. Trong hai câu sau, nghệ thuật đối ngẫu biến không gian lớn thành không gian nhỏ, màu xanh ly biệt của "ngàn dâu" được thu nhỏ lại trong "lòng chàng ý thiếp", lồng trong câu hỏi "ai sầu hơn ai?" nghe vừa nhu mì vừa xót xa.

Bản dịch của Đoàn Thị Điểm đã hay, mà bản gốc của Đặng Trần Côn còn xuất sắc hơn. Với hình ảnh "tương cố bất tương kiến", ông khéo léo nhắc lại câu chuyện "tương tư bất tương kiến" của nàng Ý Nương, nhưng với một cách chơi chữ mới: "cố=nhìn" và "kiến=thấy" vẻ ngoài giống nhau nhưng nội hàm khác nhau (thường thì nhìn mà không thấy rất dễ dẫn tới bi kịch). Trong hai câu sau đó, nhịp thơ lặp ba lần "mạch thượng tang, mạch thượng tang, mạch thượng tang" khiến chúng ta không chỉ thấy không gian xanh ngắt của ngàn dâu mà cơ hồ còn nghe được thời gian gấp gáp qua tiếng vó ngựa. Để rồi trong câu cuối, bằng một phép đối ngẫu thượng thừa, cả không gian dài và thời gian ngắn được chuyển hoá thành dòng tâm sự lòng chàng ý thiếp, khiến cho câu hỏi "thuỳ đoản tràng?" đọng lại một sự day dứt khôn nguôi.

9.3. Những tinh hoa của Nguyễn Du, Đặng Trần Côn, Đoàn Thị Điểm ta có thể tìm lại trong thế kỷ 20 qua thơ Nguyễn Bính. Trong bài "Một trời quan tái", ông có những câu thơ đẹp cổ kính:

Tôi đi mãi mãi vào sơn cước
Em vuốt tua rèm cửa vọng lâu
Lá úa kinh thành rơi ngập đất
Lòng vàng hỏi vẫn nhớ thương nhau?

Trong hai câu đầu, Nguyễn Bính dùng phép đối xứng để nói về kẻ đi và người ở, nhưng không nói kiểu tương hỗ như trong Truyện Kiều, mà nhấn mạnh tính tương phản giữa động và tĩnh, giữa dài và ngắn, giữa ngang và dọc, giữa hoang sơ và trau chuốt. Điều này tạo nên một khoảng cách nhất định giữa hai nhân vật. Để rồi trong hai câu sau, ông xoá nhoà khoảng cách này bằng cách phát triển nghệ thuật đối ngẫu tâm-cảnh trong "Chinh phụ ngâm", nhưng thay màu xanh ly biệt bởi màu vàng nhớ thương: một không gian vàng rộng lớn với "lá úa kinh thành rơi ngập đất" được chuyển hoá thành một không gian vàng bé nhỏ trong tâm thức: "lòng vàng hỏi vẫn nhớ thương nhau?"

Đỉnh cao của bài "Một trời quan tái" là 4 câu kết rất hiện đại:

Chiều nay... thương nhớ nhất chiều nay
Thoáng bóng em trong cốc rượu đầy
Tôi uống cả em và uống cả
Một trời quan tái, mấy cho say!

Có lẽ ở đây Nguyễn Bính đã vượt qua nghệ thuật của tiền nhân, khi ông dùng phép đối ngẫu không chỉ cho cảnh ("một trời quan tái") mà còn cho người ("bóng em"), thu nhỏ cả hai vào trong một cốc rượu. Song hành với đó là phép chuyển pha tinh tế: đồng hoá cả cảnh và người với rượu, để rồi một ly uống cạn, biến tất cả thành thương nhớ vô bờ.

Khi đọc thơ Nguyễn Bính, bất chợt tôi nghĩ rằng đôi khi ta có thể so sánh một cách hình tượng: thi sĩ là người chuyển rượu thành thơ, còn các nhà toán học thì biến cà phê thành định lý (Alfréd Rényi nói về Paul Erdős). Có lẽ các nhà thơ thường thấy cuộc đời chật chội nên thỉnh thoảng cần rượu để có cảm giác lâng lâng như sống thêm một chiều không gian khác, còn các nhà toán học vốn đã thường xuyên sống trong không gian nhiều chiều, thậm chí vô hạn chiều, nên cần sự tỉnh táo để giảm thiểu số chiều.

Sau Nguyễn Bính, chúng ta còn gặp lại hình ảnh "em trong cốc rượu" trong bài "Đôi bờ" của Quang Dũng:

Rét mướt mùa sau chừng sắp ngự
Kinh thành em có nhớ bên tê?
Giăng giăng mưa bụi quanh phòng tuyến
Hiu hắt chiều sông lạnh bến tề

Khói thuốc xanh dòng khơi lối xưa
Đêm đêm sông Đáy lạnh đôi bờ
Thoáng hiện em về trong đáy cốc
Nói cười như chuyện một đêm mơ

Ở khổ thơ đầu, Quang Dũng vẽ ra một bức tranh đối xứng với hai người bị ngăn cách ở hai bờ sông giữa mùa rét mướt. Bằng cách phân định ranh giới rạch ròi qua phép chơi chữ tài hoa “bên tê - bến tề” và bao phủ tất cả không gian bởi hình ảnh “giăng giăng mưa bụi”, ông đặt sự ngăn cách vào một hoàn cảnh vô cùng ổn định và tĩnh lặng. Để rồi ở khổ thơ sau, bằng nghệ thuật phá vỡ đối xứng, ông vượt qua mọi ngăn cách để gặp người yêu, tuy chỉ là trong tâm tưởng qua khói thuốc và men rượu. Người con gái mà ông gặp trong đêm mơ không còn giữ đôi mắt "sầu cô quạnh"mà bỗng hoạt bát nói cười. Đây là một sự chuyển pha tất yếu, khi cái tĩnh xuống tới tận cùng thì cái động bắt đầu lên tiếng, cũng tất yếu như cái lẽ chẳng có cuộc chiến nào ngăn được “Đôi bờ đất nước nhớ thương nhau”.

9.4. Cuối cùng, tôi xin trích dẫn một số câu thơ hiện đại (sau 1975) mà tôi đặc biệt yêu thích. Trong bài “Đợi” của Vũ Quần Phương có những câu:

Anh đứng trên cầu đợi em
Đứng một ngày đất lạ thành quen
Đứng một đời em quen thành lạ
Nước chảy... kìa em, anh đợi em

Ở đây, thay vì đối ngẫu trong không gian, ông sử dụng nghệ thuật đối ngẫu trong thời gian, khi đem “một ngày” so với “một đời”. Điều này dẫn tới sự chuyển pha trong nội tâm chàng trai, từ háo hức thấy "đất lạ thành quen", tới mỏi mòn xem "em quen thành lạ". Đây là diễn biến tâm lý rất thực tế, cũng thực tế như câu nhắc nhẹ nhàng "nước chảy... kìa em, anh đợi em". Nước chảy dưới cầu bây giờ mang màu sắc dòng thời gian, là cầu nối giữa cái tĩnh bên ngoài ("anh đứng trên cầu đợi em") với cái động bên trong, khiến bốn câu thơ vẽ nên một bức tranh đối xứng hoàn hảo.

Trong bài “Sóng” của Xuân Quỳnh có những câu:

Sóng bắt đầu từ gió
Gió bắt đầu từ đâu?
Em cũng không biết nữa
Khi nào ta yêu nhau

Đây là một sự chuyển pha vô cùng đột ngột, mượn chuyện sóng chuyện gió để dẫn nhập vào chuyện tình yêu. Tôi ngờ rằng chỉ có các nhà thơ nữ mới có thể viết những câu duyên dáng như vậy.

Bài thơ có những câu kết rất cảm động:

Làm sao được tan ra
Thành trăm con sóng nhỏ
Giữa biển lớn tình yêu
Để ngàn năm còn vỗ

Những câu thơ này phù hợp với toán học và vật lý một cách kỳ lạ. Nếu như trong viễn thông, bằng phương pháp đối ngẫu Fourier người ta phân rã hàm số thành tổng các hàm sóng cơ bản để truyền tín hiệu đi hàng ngàn dặm, thì ở đây Xuân Quỳnh muốn tự phân rã bản thân thành trăm con sóng để truyền tải tình yêu tới ngàn năm sau.

Cũng liên quan tới phép đối ngẫu Fourier, nhưng ngược lại với Xuân Quỳnh đi từ lớn về nhỏ, Tô Thuỳ Yên lại đi từ nhỏ tới lớn với những câu trong bài "Ta về":

Cảm ơn hoa đã vì ta nở
Thế giới vui từ mỗi lẻ loi

Ta về như hạc vàng thương nhớ
Một thuở trần gian bay lướt qua

Hai câu thơ đầu gợi một niềm từ tâm vô lượng, hai câu thơ sau chứa một sự giải thoát vô cùng. Bốn câu thơ này tới từ hai khổ thơ khác nhau, nhưng có thể xem là đối ngẫu của nhau: những nỗi niềm lẻ loi có thể ví như hàm sóng biến thiên với bước sóng vô cùng nhỏ, qua biến đổi Fourier bỗng trở thành hàm sóng trơn với bước sóng vô cùng lớn, như chim hạc chỉ một sải cánh đã bay trọn cuộc đời. Đây thực sự là thơ ở cấp độ cao nhất, "thơ giải thoát", bởi nhà thơ đã cúi thấp xuống từng thân phận, gom góp bao nhiêu vui buồn trong đời để trơn hoá tất cả thành một nỗi nhớ thương.

Một chút vĩ thanh: Tôi nghĩ rằng mỗi thứ tồn tại trên đời là bởi nó tối ưu hoá một cái gì đó. Trong thơ, có lẽ các thi sĩ đều muốn tối ưu con đường từ trái tim tới trái tim. Con người, kỳ lạ thay, từ mặt mũi tay chân đều vô cùng đối xứng, nhưng trái tim luôn chỉ nằm bên ngực trái. Vậy nên có lẽ sự đối xứng giải thích được cái đẹp bên ngoài, nhưng sự bất đối xứng mới chạm được cái đẹp sâu thẳm bên trong.

Kỳ thi Olympic Toán học Sinh viên và Học sinh lần thứ 29

Vũ Hoàng Linh(1)

Kỳ thi Olympic Toán học Sinh viên và Học sinh có mục tiêu động viên phong trào học toán trong sinh viên và thúc đẩy công tác đổi mới trong giảng dạy, học tập. Kỳ thi đã được Hội Toán học Việt Nam khởi xướng và phối hợp với Bộ Giáo dục và Đào tạo, Liên hiệp các Hội Khoa học - Kỹ thuật Việt Nam, Trung ương Hội Sinh viên Việt Nam thực hiện thành công trong 30 năm qua, hiện nay trở nên càng quan trọng trong bối cảnh thời lượng các môn toán ở phần lớn các trường đại học giảm. Để chuẩn bị cho kỳ thi, nhiều trường đại học, cao đẳng, học viện đã có sự chuẩn bị rất tốt và tích cực tham gia, nhiều sinh viên yêu toán đã rất mong đợi kỳ thi này. Kỳ thi cũng nhận được sự ủng hộ của lãnh đạo các trường, học viện, sự nhiệt tình của các thầy cô giáo tham gia tổ chức, động viên, bồi dưỡng cho các đoàn dự thi Olympic, những người đã có đóng góp hết sức quan trọng cho việc duy trì và đảm bảo thành công của các kỳ olympic Toán.

Olympic Toán học Sinh viên và Học sinh lần thứ 29 năm 2023 được tổ chức trong hai khoảng thời gian 18-19/3/2023 cho học sinh và 2-8/4/2023 cho sinh viên. Do điều kiện đi lại khác nhau nên phần thi của học sinh THPT được tổ chức trực tuyến, phần thi của sinh viên được tổ chức trực tiếp tại Trường ĐH Sư phạm - Đại học Huế.

Dưới đây là một số nét chính về chuyên môn của kỳ thi.

1. Đại học

Năm nay đã có 615 sinh viên đăng ký dự thi với 713 lượt thi, cụ thể 368 sinh viên thi môn Đại số (ĐS), 345 sinh viên thi môn Giải tích (GT). Trong mỗi môn thi, các trường đăng kí theo hai bảng A và B, số lượng cụ thể như sau:

- Ở môn Đại số có 161 em dự thi bảng A và 207 em dự thi bảng B;
- Ở môn Giải tích có 168 em dự thi bảng A và 177 em dự thi bảng B.

Kỳ thi đã diễn ra suôn sẻ và nghiêm túc. Năm nay đề thi môn Giải tích tương đối vừa sức sinh viên, kết quả môn Đại số có sự phân hóa mạnh giữa top trên và nhóm dưới.

(1)Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN. *Email*: linhvh@vnu.edu.vn.

PGS. TS. Lê Anh Phương, Hiệu trưởng Trường ĐHSP-ĐH Huế, khai mạc kỳ thi. Ảnh: Lê Văn Huy/ĐH Huế.

Chủ tịch Hội Toán học GS.TSKH. Ngô Việt Trung trao bằng khen cho các sinh viên đạt giải. Ảnh: Lê Văn Huy/ĐH Huế.

Điểm cao nhất ở 2 môn Đại số và Giải tích là 28,5 và 30; có 4 sinh viên đạt 2 giải nhất là Ngô Quý Đăng và Trần Ngọc Hiếu (Trường ĐHKHTN, ĐHQG Hà Nội), Nguyễn Mạc Nam Trung (Trường ĐHKHTN, ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh), Dương Thanh Tùng (Trường ĐH FPT), trong đó sinh viên Ngô Quý Đăng xuất sắc là thủ khoa đồng thời hai môn Đại số và Giải tích. Có 2 sinh viên nữ xuất sắc đạt giải nhất là Cù Thị Kiều Trang (ĐH Hùng Vương, Đại số, bảng B) và Nguyễn

Thị Bích Ngân (ĐH Tài chính-Marketing, Giải tích, bảng B).

Số lượng giải thưởng cho sinh viên: 62 giải nhất, 126 giải nhì, 191 giải ba. Ban Tổ chức cũng trao một số giải Khuyến khích cho những thí sinh có điểm gần giải chính thức hoặc cao nhất đội.

GS.TSKH. Nguyễn Văn Mậu trao phần thưởng cho các học sinh đạt giải.
Ảnh: Lê Văn Huy/ĐH Huế.

Các đoàn ở mảng đại học có thành tích tốt:

- Bảng A: Đại học Bách khoa Hà Nội, Trường ĐH Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội, Trường ĐH Sư phạm Tp. Hồ Chí Minh.
- Bảng B: Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông, Trường ĐH VINUni, Trường ĐH FPT.

Thời gian gần đây, Ban giám khảo đã có chủ trương ra đề thi mang tính ứng dụng hơn. Bên cạnh những bài toán theo phong cách truyền thống, có thêm những bài toán ứng dụng thực tế, trong đó thí sinh cần xây dựng mô hình toán học, sau đó dùng công cụ toán học để tìm lời giải cho bài toán thực tế.

2. Trung học phổ thông

Mảng thi của THPT được tổ chức từ 18-19/3/2023 theo hình thức trực tuyến. Đã có 46 đoàn tham dự với 380 học sinh. Các học sinh đã làm hai bài thi trong hai buổi. Mỗi bài thi là một chuỗi câu hỏi liên kết chặt chẽ với nhau, giúp các học sinh tìm hiểu một vấn đề của toán sơ cấp có liên quan tới toán cao cấp.

Số lượng giải thưởng cho học sinh: 34 giải nhất, 67 giải nhì, 99 giải ba.

Thủ khoa là em Phạm Gia Hưng (Trường THPT chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Bình); Á khoa 1 là em Trần Gia Định (Trường THPT chuyên Lương Văn Tụy, Ninh Bình), Á khoa 2 là em Lê Mạnh Khiêm (Trường THPT chuyên Hạ Long, Quảng Ninh).

Các trường đạt thành tích tốt nhất là THPT chuyên Lương Văn Tụy, Ninh Bình, THPT chuyên Hà Tĩnh và THPT chuyên Vĩnh Phúc.

Nhân kỳ thi này, gần 1.000 học sinh THPT đã được tham dự một số bài giảng về Hình học, Số học và Đại số do các chuyên gia bồi dưỡng học sinh giỏi dạy trực tuyến.

Olympic Toán học Sinh viên và Học sinh lần thứ 29 đã thành công tốt đẹp về cả chuyên môn lẫn công tác tổ chức.

Tin tức hội viên và hoạt động toán học

1. **Giáo sư Nguyễn Đình Trí**, nguyên Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam, nguyên phó hiệu trưởng trường ĐH Bách khoa Hà Nội, đã từ trần ngày 12/03/2023 tại Hà Nội. GS. Nguyễn Đình Trí quê ở Nhân Nghĩa, Lý nhân, Hà Nam. Ông sinh ngày 10/01/1931 tại Hải Phòng.

GS. Nguyễn Đình Trí. Ảnh: Hội Toán học VN.

GS. Nguyễn Đình Trí tốt nghiệp tú tài năm 1950 tại Trường Trung học kháng chiến ở chiến khu Việt Bắc. Sau khi tốt nghiệp Ông trở thành giáo viên cấp 2 tại Trường Trung học Hùng Vương, Phú Thọ và Trường Cao xá Phú Thọ. Từ 1953 – 1955 ông được cử đi học ở Trường Sư phạm Cao cấp Trung ương tại Khu học xá Nam Ninh, Quảng Tây, Trung Quốc. Để chuẩn bị cho các trường đại học sắp được thành lập, ông tham dự khoá đào tạo chuyên sâu đào tạo giảng viên cho các trường đại học, đến tháng 6/1956 thì tốt nghiệp. Trong thời gian này ông trực tiếp học và làm việc dưới sự dìu dắt của các GS. Lê Văn Thiêm, GS. Ngô Thúc Lanh, GS. Nguyễn Thúc Hào, GS. Ngụy Như Kontum.

Tháng 9/1961 ông được cử đi làm NCS tại Trường ĐH Tổng hợp Matxcova. Tháng 5/1965 ông bảo vệ thành công luận án Phó Tiến sĩ Toán-Lý (nay gọi là tiến sĩ) trong chuyên ngành Phương trình đạo hàm riêng và trở về công tác tại Trường ĐH BK Hà Nội. Tháng 7/1965 Khoa Toán Lý của Trường ĐHBK Hà Nội được thành lập ông được phân công làm Chủ nhiệm khoa cho đến tháng 7/1977. Từ 8/1977 đến 7/1994 ông đảm đương cương vị Phó Hiệu trưởng phụ trách công tác đào tạo của Trường ĐHBK Hà Nội.

Trong những năm đầu công tác tại Trường ĐHBK Hà Nội, thầy Nguyễn Đình Trí đã có nhiều đóng góp quan trọng đối với quá trình xây dựng và phát triển của Khoa Toán Lý lúc đó. Ông được coi là một trong những người đầu tiên xây dựng chương trình và biên soạn giáo trình Toán cao cấp cho sinh viên các trường kỹ thuật. Giáo trình, giáo án, những bài giảng và nhất là phong cách giảng dạy của Thầy đã để lại những dấu ấn sâu đậm với nhiều thế hệ sinh viên.

Không chỉ là người quản lý, nhà khoa học, nhà giáo có uy tín ở ĐHBK Hà Nội, GS. Nguyễn Đình Trí còn có uy tín cao trong cộng đồng những người làm toán ở Việt Nam. Giáo sư đã làm Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam khóa II từ năm 1988 đến năm 1994. Trong những năm tháng đó giáo sư cùng BCH Hội Toán học Việt Nam đã phát triển sự hợp tác giữa Hội Toán học Việt Nam và Liên đoàn Toán học Quốc tế nói chung và Hội toán học một số nước nhằm thúc đẩy công tác giảng dạy và nghiên cứu Toán học phát triển. Với những cống hiến quan trọng cho nền giáo dục và khoa học của đất nước Thầy Nguyễn Đình Trí đã được phong học hàm GS. tháng 01/1984, được phong tặng danh hiệu NGƯT tháng 01/1980 và NGND tháng 01/1988.

GS. Nguyễn Đình Trí đã được tặng thưởng Huy chương Chiến thắng Hạng 1 (1961), Huân chương Lao động hạng Ba và hạng Nhất vào các năm 1962, 1998, Danh hiệu Chiến sỹ thi đua Toàn quốc năm 2000, cùng với nhiều huân huy chương và bằng khen, giấy khen cao quý khác.

2. Trong thời gian từ ngày 19-23/6/2023, Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán (Viện NCCCT) phối hợp cùng với Viện Toán học (Viện Hàn lâm KHCN Việt Nam) đã tổ chức **Hội nghị về Đại số giao hoán và các mối liên kết với Hình học đại số và Tổ hợp**. Hội nghị là nơi thảo luận về một số kết quả mới gần đây trong ngành Đại số giao hoán cũng như định hướng cho các nghiên cứu tiếp theo.

Các báo cáo mời và thành viên tham dự hội nghị. Ảnh: Viện NCCCT.

Chương trình hội nghị diễn ra trong 5 ngày với 28 báo cáo đến từ Đại học Bách Khoa Hà Nội, Trường Đại học Khoa học - ĐH Thái Nguyên, Đại học Missouri (Mỹ), Đại học Dalhousie (Canada), Đại học Barcelona (Tây Ban Nha).v.v. Hội thảo đã thu hút hơn 50 nhà khoa học đến tham dự từ nhiều trường đại học trong và ngoài nước như GS. Đào Hải Long (Đại học Kansas, Mỹ), GS. Steven Dale Cutkosky (Mỹ), GS. Marc Chardin (Pháp), và nhiều chuyên gia hàng đầu khác.

Các báo cáo mời tại hội nghị thảo luận về: bài toán tìm phương trình định nghĩa của ảnh và đồ thị của một ánh xạ giữa các không gian xạ ảnh (Bernd Ulrich); chỉ số chính quy của họ phân bậc các iđêan thuần nhất trong một vành đa thức (Hà Huy Tài); dáng điệu của tính nâng được của cấu trúc môđun và dáng điệu của các iđêan nguyên tố gắn kết (attached) của đối đồng điều địa phương (Lê Thanh Nhàn); tỉ lệ của các K-đại số phân bậc và giải tự do của các đại số Gorenstein tổng quát (Maria Evelina Rossi); giá của các môđun Tor và đối đồng điều địa phương đa phân bậc (Marc Chardin); số bội Hilbert–Kunz của lũy thừa của một iđêan $\mathfrak{m}$-nguyên sơ (Jugal K. Verma); và nhiều chủ đề thời sự khác.

Bên cạnh các báo cáo chuyên môn, hội nghị cũng tổ chức các buổi tiệc trà giữa giờ để tạo cơ hội cho các nhà khoa học gặp gỡ, tìm kiếm cơ hội hợp tác và trao đổi học thuật. (Theo Viện NCCCT)

Tin thế giới

1. **Uỷ ban Các nước đang phát triển** của Liên đoàn Toán học Quốc tế (CDC-IMU) vừa được bầu cho nhiệm kỳ 2023-2026 đã có cuộc họp đầu tiên ở Berlin từ 12-14/3/2023. Uỷ ban đã thảo luận về việc mở rộng các cơ hội tài trợ cũng như khuyến khích các nhà nghiên cứu và sinh viên toán từ các nước đang phát triển đăng ký các tài trợ từ CDC.

Các thành viên của CDC trong nhiệm kỳ mới gồm:

- Andrea Solotar (Argentina), Chủ tịch
- Ludovic Rifford (Pháp), Thư ký chính sách
- Jose Maria P. Balmaceda (Philippines), Thư ký các quỹ
- Mahouton Norbert Hounkonnou (Benin)
- Lê Tuấn Hoa (Việt Nam)
- Mariel Saez (Chile)
- Dayue Chen (Trung Quốc)
- K.N. Raghavan (Ấn Độ)
- Anjum Halai (Pakistan)
- Hiraku Nakajima (Nhật Bản, Chủ tịch IMU)
- Tamar Ziegler (Israel, đại diện của Ban Điều hành IMU)

2. Giải Wolf về Toán học 2023 đã được trao cho **Ingrid Daubechies** (ĐH Duke, Hoa Kỳ), "vì những cống hiến giúp khai sáng và phát triển lý thuyết sóng nhỏ và giải tích tần số thời gian hiện đại. Việc Daubechies khám phá ra các sóng nhỏ trơn, có giá compact, và phát triển lý thuyết các sóng nhỏ song trực giao đã biến đổi toàn diện ngành xử lý và lọc tín hiệu và hình ảnh. Công trình của bà có ý nghĩa vô cùng to lớn trong các công nghệ nén ảnh, chụp ảnh y tế, viễn thám và nhiếp ảnh kỹ thuật số.

Daubechies cũng có đóng góp vô song trong việc phát triển các ứng dụng thực tiễn của giải tích điều hòa, phát triển các kỹ thuật xử lý hình ảnh tinh tế phục vụ lợi ích của nhiều lĩnh vực khác nhau trong đó có mỹ thuật và sinh học tiến hóa."

GS. Ingrid Daubechies. Ảnh: Quỹ Wolf.

Ingrid Daubechies sinh năm 1954 tại Bỉ, bảo vệ luận án tiến sĩ về Vật lý tại Đại học Brussel năm 1980. Bà đọc báo cáo mời toàn thể tại Đại hội Toán học Quốc tế 1994 tại Zürich. Bà được bầu là thành viên Viện Hàn lâm Nghệ thuật và Khoa học Hoa Kỳ, Viện Hàn lâm Khoa học Quốc gia Hoa Kỳ. Daubechies là nữ chủ tịch đầu tiên của Liên đoàn Toán học Quốc tế, nơi bà làm việc trong nhiệm kỳ 2011-2014. (Theo IMU)

3. Giải thưởng Shaw về Các khoa học Toán học năm 2023 đã được trao cho **Vladimir Drinfeld** (Đại học Chicago, Hoa Kỳ) và **Shing-Tung Yau** (Đại học Thanh Hoa, Trung Quốc), "vì những đóng góp trong vật lý toán, hình học số học, hình học vi phân và hình học Kähler."

THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 27 Số 2 (2023)