

Nhóm nghiên cứu của Giáo sư Phạm Hữu Sách trong những năm 1982-1992

Nguyễn Đông Yên

**Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học và
Công nghệ Việt Nam**

**Xêmina “Lịch sử Toán học và Lịch sử giảng
dạy Toán học”, 29/05/2019**

GS Phạm Hữu Sách

- Sinh năm **1941**
- Bảo vệ luận án Phó Tiến sĩ [luận án PhD] ở Viện Toán học Steklov (Steklov Institute of Mathematics, Mátxcova): **1970**

Thầy hướng dẫn: **Vladimir Grigorevich Boltyanskii** - người đã bảo vệ luận án Phó Tiến sĩ năm 1948 dưới sự hướng dẫn của **Lev Semenovich Pontryagin**

- Bảo vệ luận án Tiến sĩ khoa học ở Viện Toán Steklov (Steklov Institute of Mathematics, Mátxcova): **1981**
- Học hàm GS: **1984**
- Phó Viện trưởng Viện Toán học: **1981-1990**
- Viện trưởng Viện Toán học: **1990-1995**

Nhóm nghiên cứu

Các thành viên nhóm nghiên cứu của **GS Phạm Hữu Sách** trong những năm 1982-1992:

1. **Vũ Ngọc Phát** (bảo vệ luận án PhD năm 1984 ở Liên Xô),
2. **Phạm Huy Điển** (bảo vệ luận án PhD năm 1981),
3. **Nguyễn Đông Yên** (bảo vệ luận án PhD năm 1988 dưới sự hướng dẫn của GS Phạm Hữu Sách và PGS Phạm Huy Điển),
4. **Nguyễn Quỳnh Lan** (bảo vệ luận án PhD dưới sự hướng dẫn của GS Phạm Hữu Sách),
5. **Trịnh Công Diệu** (bảo vệ luận án PhD dưới sự hướng dẫn của GS Phạm Hữu Sách và GS Vũ Ngọc Phát),
6. **Nguyễn Định** (bảo vệ luận án PhD dưới sự hướng dẫn của GS Phạm Hữu Sách và GS Hoàng Xuân Phú),
7. **Huỳnh Thế Phùng** (bảo vệ luận án PhD dưới sự hướng dẫn của GS Phạm Hữu Sách và PGS Phạm Huy Điển)
8. **Tạ Duy Phụng** (bảo vệ luận án PhD dưới sự hướng dẫn của PGS Phan Huy Khải và PGS Phạm Huy Điển)

Email ngày 28/05/2019 của GS Vũ Ngọc Phát

Ngoc Phat Vu

9:06 AM

Hi Yên,

Chiều thứ tư anh đã có kế hoạch bận, nhưng hôm đó em báo cáo về nhóm NC của GS PH Sách nên anh cố gắng đến dự.

Anh lưu ý em khi nói về lịch sử nhóm NC của GS PH Sách (và có thể em cũng đã biết): **anh có lẽ là NCS đầu tiên (1980-1984) của GS PH Sách làm về điều khiển được các hệ động lực (hệ đa trị PTVP, sai phân phi tuyến, hệ đa trị, vv...),** trong quá trình làm NCS thì anh đi thực tập Lien Xô và bảo vệ bên đó, sau đó là TC Diệu (1990-1994) , v v...

a. Phát

Email ngày 28/05/2019 của PGS Phạm Huy Điển

Pham Huy Dien

Tue, May 28, 4:28 PM

to Duy, phsach, Pham, phquang, Duong, Huyen, Huong, Nguyen, Nguyen, Ngoc, Hoang, Huynh, me

Không biết là thứ Tư nào, nếu là ngày 29/5 thì thật là tiếc, vì chiều hôm đó mình mới từ Phú Quốc bay ra Hà Nội.

On Mon, May 27, 2019, 10:52 PM **Duy Phuong Ta**

<tdphuong@math.ac.vn> wrote:

Kính gửi các GS và các bạn,

Chiều thứ tư, 14h00 GS Nguyễn Đông Yên sẽ có buổi nói chuyện tại Seminar Lịch sử toán về *Nhóm nghiên cứu của GS Phạm Hữu Sạch những năm 1982-1992* tại Phòng 301, nhà A5, Viện Toán học...

Các trưởng nhóm nghiên cứu khác

Trong phòng **“Phương trình vi phân và hệ động lực”** thời đó còn có các nhóm nghiên cứu khác với các trưởng nhóm là

- **GS Nguyễn Khoa Sơn,**
- **GS Vũ Ngọc Phát,**
- **GS Hoàng Xuân Phú,**
- **PGS Phan Huy Khải,**
- **PGS Phạm Huy Điển**

(**GS Nguyễn Đình Công** trong thời gian này chủ yếu làm việc ở CHLB Đức)

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (1)

- [Phạm Hữu Sách](#)
Optimization of discrete systems.
[Acta Math. Vietnam. 8 \(1983\), no. 1, 89–108 \(1984\).](#)
- From the introduction: “Let g be a real-valued function and let F_k ($k=0,1,\dots,N-1$) be N set-valued maps, all defined on the same space X . The problem we consider is that of minimizing $g(x_N)$ over the trajectories $(x_0, x_1, \dots, x_N)$ of the discrete inclusion $x_{k+1} \in F_k(x_k)$, $k=0,1,\dots,N-1$. Our aim in this paper is to **derive necessary conditions for an optimal solution of this problem.**”

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (2)

- [Phạm Hữu Sách](#)

A surjectivity theorem for set-valued maps.

[Boll. Un. Mat. Ital. C \(6\) 5 \(1986\), no. 1](#), 411–436 (1987).

- The author introduces **a concept of prederivative for set-valued maps** and establishes relationships between his concept and **similar concepts introduced by Aubin, Oettli, Penot, and Lasota and Strauss**.

The author presents as applications an interesting **surjectivity theorem for set-valued maps**, which is more general than a similar result proved by Gautier, the reviewer and Penot, and **necessary optimality conditions in the form of a support principle for mathematical programming involving set-valued maps**.

- Reviewed by [George Isac](#)

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (3)

- [Phạm Hũ'u Sách](#); [Phạm Huy Điển](#)
The contingent cone to the solution set of an inclusion and optimization problems involving set-valued maps. *Essays on nonlinear analysis and optimization problems*, 43–59, *Nat. Center Sci. Res., Inst. Math., Hanoi*, 1987.
- The authors derive **second-order sufficient conditions for a point to be a strict local minimizer** of a problem of the following form: Minimize $f(x)$ subject to $x \in D$, $0 \in T(x)$, where f is differentiable, D is closed, and T is a set-valued function satisfying certain hypotheses. The conditions are stated in terms of a **generalized Hessian and contingent cones**.
Reviewed by [J. E. Spingarn](#)
- Citation:
- [Dempe, Stephan](#)
Annotated bibliography on bilevel programming and mathematical programs with equilibrium constraints. [Optimization 52 \(2003\), no. 3](#), 333–359. [cited 85 times]

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (4)

- [Phạm Hữu Sách](#)
Regularity, calmness and support principle.
[Optimization 19 \(1988\), no. 1](#), 13–27.
- Given two Banach spaces X and Y , a subset $D \subset X$, a set-valued map $T: X \rightarrow Y$ and a functional $g: X \rightarrow \mathbb{R}$, the author studies in this paper *some regularity conditions* for the problem:
(P): $\min g(x)$ subject to $x \in D$, $0 \in T(x)$.
The support principle (defined by Boltyanskii) is studied for this problem using *the notion of strict prederivative of a set-valued map* as defined by P. H. Sach in 1984. The support principle is an important necessary optimality principle. Also, it is proved that the regularity condition introduced in this paper (and more generally as the regularity condition studied by Zowe, Kurcyusz and Penot) implies the calmness concept defined by Clarke. This paper is a nice study of connections between the regularity, calmness and support principles for problem (P).
- Reviewed by [George Isac](#)

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (5)

Vài trích dẫn cho bài báo ở slide trước:

- [Lee, G. M.](#); [Tam, N. N.](#); [Yen, N. D.](#) Normal coderivative for multifunctions and implicit function theorems. [J. Math. Anal. Appl. 338 \(2008\), no. 1](#), 11–22. (21 citations)
- [Gfrerer, Helmut](#) Second-order optimality conditions for scalar and vector optimization problems in Banach spaces. [SIAM J. Control Optim. 45 \(2006\), no. 3](#), 972–997.
- [Penot, Jean-Paul](#) Mean value theorems for correspondences. Dedicated to Pham Huu Sach on the occasion of his sixtieth birthday. [Acta Math. Vietnam. 26 \(2001\), no. 3](#), 365–376.

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (6)

- [Phạm Hữu Sách](#)
Differentiability of set-valued maps in Banach spaces.
[Math. Nachr. 139 \(1988\)](#), 215–235.
- The author introduces and studies **the concept of a prederivative of set-valued maps between Banach spaces**. By definition, a prederivative of a set-valued map T is a set-valued locally Lipschitz map whose graph locally approximates the graph of T in a certain sense. The author establishes a **chain rule** and various generalized versions of **the mean value theorem** in terms of prederivatives. Using Ekeland's variational principle and Lebourg's mean value theorem, he also derives **interior mapping results** (called here **surjectivity theorems**) for set-valued maps.
- Reviewed by [W. Schirotzek](#)

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (7)

Vài trích dẫn cho bài báo ở slide trước:

- [Lee, G. M.](#); [Tam, N. N.](#); [Yen, N. D.](#) Normal coderivative for multifunctions and implicit function theorems. [J. Math. Anal. Appl. 338 \(2008\), no. 1](#), 11–22. (Reviewer: Marius Durea) (21 citations)
- [Gorokhovich, Valentin V.](#); [Zabreiko, Peter P.](#) On Fréchet differentiability of multifunctions. [Optimization 54 \(2005\), no. 4-5](#), 391–409. (9 citations)
- **Petr Petrovich Zabreïko is cited 1735 times by 1349 authors!**
- Petr Petrovich Zabreïko
- Department of Functional Analysis and Analytical Economics
Faculty of Mechanics and Mathematics
Belarus State University
Minsk 220030
BELARUS
- Hai học trò Việt Nam: **GS TSKH Nguyễn Hồng Thái, GS TSKH Nguyễn Văn Minh**

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (8)

- [Phạm Huy Điển; Phạm Hữu Sách](#) **Second-order optimality conditions** for the extremal problem under inclusion constraints. [Appl. Math. Optim. 20 \(1989\), no. 1](#), 71–80.
- [Phạm Huy Điển; Phạm Hữu Sách](#) Further properties of the **regularity of inclusion systems**. [Nonlinear Anal. 13 \(1989\), no. 11](#), 1251–1267.
- [Phạm Hữu Sách](#) **Second-order necessary optimality conditions** for optimization problems involving set-valued maps. [Appl. Math. Optim. 22 \(1990\), no. 2](#), 189–209.

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (9)

- [Sach, P. H.](#); [Craven, B. D.](#) **Invexity** in multifunction optimization. [Numer. Funct. Anal. Optim. 12 \(1991\), no. 3-4](#), 383–394.
- [Sach, P. H.](#); [Craven, B. D.](#) **Invex multifunctions** and duality. [Numer. Funct. Anal. Optim. 12 \(1991\), no. 5-6](#), 575–591 (1992).
- [Craven, B. D.](#); [Sach, P. H.](#); [Yen, N. D.](#); [Phuong, T. D.](#) A new class of **invex multifunctions**. *Nonsmooth optimization: methods and applications (Erice, 1991)*, 52–69, Gordon and Breach, Montreux, 1992.

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (10)

- [Yen, N. D.](#); [Sach, P. H.](#) On locally Lipschitz **vector-valued invex functions**. [Bull. Austral. Math. Soc. 47 \(1993\), no. 2](#), 259–272.
- [Phạm Hữu Sách](#); [Nguyen Quynh Lan](#) A **mean value theorem for set-valued maps**. [Rev. Roumaine Math. Pures Appl. 38 \(1993\), no. 4](#), 359–368.
- [Sach, P. H.](#); [Yen, N. D.](#); [Craven, B. D.](#) Generalized **invexity and duality theories** with multifunctions. [Numer. Funct. Anal. Optim. 15 \(1994\), no. 1-2](#), 131–153.

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (11)

- [Sach, Pham Huu; Phuong, Ta Duy](#) **Invexity criteria** for a class of vector-valued functions. [Bull. Austral. Math. Soc. 51 \(1995\), no. 2](#), 249–262.
- [Phuong, T. D.; Sach, P. H.; Yen, N. D.](#) Strict lower semicontinuity of the level sets and **invexity of a locally Lipschitz function**. [J. Optim. Theory Appl. 87 \(1995\), no. 3](#), 579–594.
- [Oettli, Werner; Sach, Pham Huu](#) **Prederivatives and second order conditions** for infinite optimization problems. *Recent advances in nonsmooth optimization*, 244–260, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 1995.

Công trình của GS Phạm Hữu Sách (12)

- [Sach, P. H.](#) Sufficient conditions for **generalized convex set-valued maps**. [Optimization](#) 37 (1996), no. 4, 293–304.
- [Sach, Pham Huu](#); [Nguyen Dong Yen](#) **Convexity criteria** for set-valued maps. [Set-Valued Anal.](#) 5 (1997), no. 1, 37–45.
- [Penot, J. P.](#); [Sach, P. H.](#) **Generalized monotonicity** of subdifferentials and **generalized convexity**. [J. Optim. Theory Appl.](#) 94 (1997), no. 1, 251–262.

Công trình của những người khác (1)

- [Dien, P. H.](#); [Phung, H. T.](#) Algorithm for finding a solution to the inclusion $0 \in F(x)$. [J. Optim. Theory Appl. 67 \(1990\), no. 3, 509–531.](#)
- [Phạm Huy Điển](#); [Nguyễn Đông Yên](#) On implicit function theorems for set-valued maps and their application to mathematical programming under inclusion constraints. [Appl. Math. Optim. 24 \(1991\), no. 1, 35–54.](#)
- [The Phung, H.](#); [Huy Dien, P.](#) Solving nonsmooth inclusions in the convex case. [Z. Oper. Res. 35 \(1991\), no. 5, 401–424.](#)

Công trình của những người khác (2)

- [Nguyễn Đông Yên](#); [Trinh Cong Dieu](#) On local controllability of nondifferentiable discrete-time system with nonconvex constraints on controls. [Optimization](#) 20(1989), no. 6, 889–899.
- [Phat, Vu Ngoc](#); [Dieu, Trinh Cong](#) Constrained controllability of linear discrete nonstationary systems in Banach spaces. [SIAM J. Control Optim.](#) 30 (1992), no. 6, 1311–1318.

10 năm (1982-1992)

Tôi đã học được từ Giáo sư Sách những điều sau:

- **Giải tích đa trị**
- **Giải tích không trơn**
- **Lý thuyết tối ưu**
 - Cách cảm thụ vẻ đẹp toán học
 - Các vấn đề định tính
 - Những kỹ thuật chứng minh đa dạng
 - Niềm say mê nghiên cứu
 - Tính trung thực
 - Sự quan tâm đến người khác

Những năm sau (1)

[Một số kết quả nghiên cứu của NĐ Yên]

- [Nguyễn Đông Yên](#) Hölder continuity of solutions to a parametric variational inequality. [Appl. Math. Optim. 31 \(1995\), no. 3](#), 245–255. (69 citations in Math. Reviews)
- [Yen, N. D.](#) Lipschitz continuity of solutions of variational inequalities with a parametric polyhedral constraint. [Math. Oper. Res. 20 \(1995\), no. 3](#), 695–708. (47 citations in Math. Reviews)

Những năm sau (2)

[Một số kết quả nghiên cứu của NĐ Yên]

- [Lee, Gue Myung](#); [Kim, Do Sang](#); [Lee, Byung Soo](#); [Yen, Nguyen Dong](#) **Vector variational inequality** as a tool for studying vector optimization problems. [Nonlinear Anal. 34 \(1998\), no. 5](#), 745–765. (95 citations in Math. Reviews)
- [Lee, Gue Myung](#); [Nguyen Nang Tam](#); [Nguyen Dong Yen](#) **Quadratic programming and affine variational inequalities**. A qualitative study. [Nonconvex Optimization and its Applications, 78](#). Springer-Verlag, New York, 2005. xiv+345 pp. (52 citations in Math. Reviews)

Những năm sau (3)

[Một số kết quả nghiên cứu của NĐ Yên]

- [Mordukhovich, B. S.](#); [Nam, N. M.](#); [Yen, N. D.](#) **Subgradients of marginal functions** in parametric mathematical programming. [Math. Program. 116 \(2009\), no. 1-2, Ser. B,](#) 369–396. (58 citations in Math. Reviews)
- [Mordukhovich, B. S.](#); [Nam, N. M.](#); [Yen, N. D.](#) **Fréchet subdifferential calculus** and optimality conditions in nondifferentiable programming. [Optimization 55 \(2006\), no. 5-6,](#) 685–708. (47 citations in Math. Reviews)

Những năm sau (4)

[Một số vinh dự và công việc của NĐ Yên]

- Giải thưởng Viện Toán học: **1995**
- Học hàm Phó giáo sư: **1996**
- Bảo vệ luận án Tiến sĩ khoa học ở Lodz (Ba Lan): **1999**
- Học hàm Giáo sư: **2007**
- Báo cáo toàn thể ở **Đại hội Toán học Việt Nam lần thứ 7** (Quy Nhơn, 2008)
- Giải thưởng Tạ Quang Bửu: **2015**
- Đào tạo; xây dựng nhóm nghiên cứu
- Hợp tác quốc tế; tham gia tổ chức các hội thảo
- Biên tập các tạp chí

Lời cảm ơn

- Chân thành cảm ơn GS Phạm Hữu Sách đã dìu dắt tôi và các học trò của tôi trong nghiên cứu khoa học và trong cuộc sống!
- Xin cảm ơn sự chú ý theo dõi của mọi người đối với báo cáo này!