

CHƯƠNG TRÌNH HỘI THẢO

Nhóm đại số, đối đồng điều Galois và một số vấn đề liên quan

Ngày 5-6/11/2019, Viện Toán học

Thứ Ba, ngày 05/11/2019

Buổi sáng

Chủ tọa: GS. TS. Nguyễn Quốc Thắng

- | | |
|---------------|---|
| 08:30 – 9:00 | Đăng ký đại biểu |
| 09:00 – 09:45 | Phùng Hồ Hải (Viện Toán học)
<i>Finite torsors on schemes defined over a DVR</i> |
| 09:50 – 10:35 | Nguyễn Duy Tân (Viện Toán học)
<i>On the essential dimension of unipotent groups</i> |
| 10:35 – 11:00 | Giải lao |
| 11:00 – 11:45 | Đào Phương Bắc (ĐH KHTN Hà Nội)
<i>A report on Arithmetic Invariant Theory</i> |
| 11:45 – 13:45 | Nghỉ ăn trưa |

Buổi chiều

Chủ tọa: GS. TSKH. Phùng Hồ Hải

- | | |
|---------------|---|
| 13:45 – 14:30 | Nguyễn Chu Gia Vượng (Viện Toán học)
<i>Report on the homotopy groups of commutative algebraic groups
(after M. Brion)</i> |
| 14:35 – 15:20 | Nguyễn Xuân Thọ (ĐH Bách Khoa Hà Nội)
<i>Introduction to the elliptic curve Chabauty method</i> |
| 15:20 – 15:45 | Nghỉ giải lao |
| 15:45 – 16:30 | Nguyễn Quốc Thắng (Viện Toán học)
<i>Arithmetic of Algebraic Groups and some local-global exact sequences</i> |

Thứ Tư, ngày 06/11/2019

Buổi sáng

Chủ tọa: TS. Nguyễn Duy Tân

- | | |
|---------------|--|
| 9:00 – 09:45 | Ngô Trung Hiếu (VIASM)
<i>Sums of Kloosterman sums</i> |
| 09:50 – 10:35 | Đoàn Trung Cường (Viện Toán học)
TBA |
| 10:35 – 11:00 | Giải lao |
| 11:00 – 11:45 | Hồ Minh Toàn (Viện Toán học)
<i>Sums of squares, moment problems and applications</i> |
| 11:45 – 13:45 | Nghỉ ăn trưa |

Buổi chiều

Chủ tọa: TS. Đoàn Trung Cường

- | | |
|---------------|---|
| 13:45 – 14:30 | Nguyễn Quốc Thắng (Viện Toán học)
<i>Corestriction principle for algebraic groups</i> |
| 14:35 – 15:20 | Nguyễn Bích Vân (Viện Toán học)
<i>Irreducible representations of ample groupoid algebras</i> |
| 15:20 – 15:45 | Nghỉ giải lao |
| 15:45 – 16:30 | Nguyễn Duy Tân (Viện Toán học)
<i>Relations in the maximal pro-p quotients of absolute Galois groups</i> |

TÓM TẮT BÁO CÁO

Finite torsors on schemes defined over a DVR

Phùng Hồ Hải (Viện Toán học)

In this talk I shall report on a joint work with J.P. dos Santos defining an analogue of Nori's theory of the fundamental group scheme in the case of projective schemes over a discrete valuation ring A . I shall begin by briefly explaining Nori's theory of the fundamental group scheme through three approaches (semi-stability, "filtering" and "trivializing") and then introduce the analogous questions for schemes over A . After talking about the filtering version proposed by Gasbarri (and reviewed by Antei, Emsalem and Gasbarri), I will explain how the "trivializing" alternative allows to identify certain Tannakian categories of coherent modules on a projective A -scheme. Following this, I comment on how to put all the aforementioned categories together to form a single Tannakian category and a single flat group scheme Π^{tr} .

If time permits I will discuss some properties of Π^{tr} as strict pro-finiteness (which amounts to showing that quasi-finite group schemes play no role), fibre-by-fibre characterisation and its relation to the other approaches.

On the essential dimension of unipotent groups

Nguyễn Duy Tân (Viện Toán học)

The notion of the essential dimension of a finite group was introduced by Buhler and Reichstei. The definition of the essential dimension of a functor is a generalization given later by Merkurjev. Nowadays, studying the essential dimension is an active area. Computing the essential dimension of algebraic groups is, in general, a hard problem. One now can compute the essential dimension of finite p -groups over a field of characteristic different from p and also the essential dimension of algebraic tori. However, we do not know much about the essential dimension of finite p -groups over a field of characteristic $p > 0$ in particular, and the essential dimension of unipotent algebraic groups in general. In this talk I will discuss some results on the essential dimension of unipotent groups. I will provide an upper bound the essential dimension of a unipotent group and characterize unipotent groups of essential dimension 0.

A report on Arithmetic Invariant Theory

Đào Phương Bắc (ĐH KHTN. ĐH Quốc gia HN)

Let G be a linear algebraic group acting on an affine variety V , all are defined over an arbitrary field k . Many results of (geometric) invariant theory related to the orbits of the action of G are obtained in the geometric case, i.e., when k is an algebraically closed field. However, since the very beginning of modern geometric invariant theory, there is a need to consider the relative case of this theory. For example, in the well-known book named "Geometric Invariant Theory" (1965), D. Mumford considered many aspects of the theory already over sufficiently general base schemes to construct arithmetic moduli of abelian varieties. The aim of this talk is giving an exposition for the consideration of geometric

invariant theory in the case of arithmetical fields, and its applications in the algebraic part of some recent landmark results in the arithmetic of elliptic and hyperelliptic curves due to M. Bhargava, B. Gross, and others.

Report on the homotopy groups of commutative algebraic groups (after M. Brion)

Nguyễn Chu Gia Vượng (Viện Toán học)

In this talk, I will report on some works of M. Brion on the homotopy groups of commutative algebraic groups.

An introduction to the elliptic curve Chabauty method

Nguyễn Xuân Thọ (ĐH Bách Khoa)

In this talk, the author will give an introduction to the elliptic curve Chabauty method and its application to some Diophantine problems, in particular, his joint work with Professor Andrew Bremner on the equation $y^2 = x^6 + k$, where $k = -39$ or $k = -47$.

Arithmetic of Algebraic Groups and some local-global exact sequences

Nguyễn Quốc Thắng (Viện Toán học)

Sums of Kloosterman sums

Ngô Trung Hiếu (Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán)

Kloosterman sums are ubiquitous in number theory. In this talk we will discuss their properties and automorphic techniques that are used to study sums of Kloosterman sums.

TBA

Đoàn Trung Cường (Viện Toán học)

Tổng bình phương, Bài toán Moment và Ứng dụng

Hồ Minh Toàn (Viện Toán học)

Trong báo cáo này, chúng tôi sẽ trình bày tổng quan về bài toán biểu diễn đa thức dương trên tập nửa đại số và bài toán Moment. Ngoài ra, một số ứng dụng của các kết quả trên vào bài toán tối ưu đa thức. cũng sẽ được đề cập Một tổng bình phương các đa thức luôn không âm. Ngược lại nói chung không đúng chỉ trừ vài trường hợp như đa thức 1 biến, đa thức bậc 2,... Trường hợp tổng quát, ta xét một tập nửa đại số K được xác định bởi họ đa thức thực n biến $g = (g_1, \dots, g_m)$, tức

$$K = K(g) = \{x \in \mathbb{R}^n : g_1(x) \geq 0, \dots, g_m(x) \geq 0\}.$$

Nếu K là tập compact, thì mọi đa thức dương trên K có biểu diễn dưới dạng:

$$\{h_0 + g_{e_1}h_{e_1} + \dots + g_{e_k}h_{e_k} : h_{e_i} \text{ là tổng bình phương đa thức}\}$$

và $h_e = h_1^{\delta_1} \dots h_m^{\delta_m}$ với δ_i là các số 0 hay 1. (Tập $T(h)$ các phân tử có dạng trên gọi là tiền thứ tự sinh bởi h). Kết quả này nói chung không còn đúng cho trường hợp K không compact. Bài toán Moment là bài toán đối ngẫu và cũng có lời giải cho trường hợp K compact. Trong báo cáo này chúng tôi cũng sẽ trình bày một số kết quả nghiên cứu các bài toán trên cho trường hợp K không bị chặn.

Corestriction principle for algebraic groups

Nguyễn Quốc Thắng (Viện Toán học)

Irreducible representations of ample groupoid algebras

Nguyễn Bích Vân (Viện Toán học)

We present the relations between irreducible representations of a groupoid algebra and irreducible representations of its isotropy groups. Then we describe irreducible representations of Leavitt path algebras as particular cases of these representations.

Relations in the maximal pro- p quotients of absolute Galois groups

Nguyễn Duy Tân (Viện Toán học)

The major open question in Galois theory is to describe the absolute Galois groups of fields among profinite groups. A description of the maximal pro- p quotients of absolute Galois groups of general fields for a given prime number p is already a challenging problem. For a field F , we denote G_F the absolute Galois group of F , and $G_F(p)$ its maximal pro- p quotient. I. R. Shafarevich essentially showed that $G_F(p)$ is a free pro- p group if F is

a local field which does not contain a primitive p -th root of unity. In 1954, Y. Kawada showed that if F is a local field containing a primitive p -th root of unity, then $G_F(p)$ admits a presentation

$$1 \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow G_F(p) \rightarrow 1,$$

where S is a free pro- p group and R is a normal subgroup of S generated by a single relation r . By the works of Demushkin, Serre and Labute, one now knows the explicit shape of such a relation r .

In this talk, I discuss some interesting restrictions on the structure of Galois groups of maximal p -extensions of fields containing a primitive p th root of unity. Namely, we show that certain shapes of relations (which though look very similar to the relation in the case of local field as above), cannot be appeared as a relation for a presentation of $G_F(p)$ for any F . (Joint work with Jan Minac and Michael Rogelstad)