

VIỆN KHOA HỌC VIỆT NAM  
VIỆN TOÁN HỌC

**HOẠT ĐỘNG KHOA HỌC**  
**năm 1986**

HÀ NỘI 3-1987

*Ung*

MỤC LỤC

	Trang
1. Nhân sự . . . . .	2
2. Nghiên cứu khoa học . . . . .	3
3. Đề tài hợp tác khoa học với nước ngoài. . . . .	12
4. Công bố kết quả nghiên cứu . . . . .	12
5. Các hợp đồng triển khai ứng dụng KHKT . . . . .	20
6. Đào tạo sau đại học - Luận án bảo vệ. . . . .	21
7. Xêmina, hội thảo, hội nghị khoa học . . . . .	23
8. Khách quốc tế . . . . .	24
9. Cán bộ đi công tác nước ngoài . . . . .	25
10. Giải thưởng khoa học . . . . .	26
11. Thư viện - Xuất bản . . . . .	26
12. Kinh phí . . . . .	26
 <u>Phụ lục 1: Tóm tắt báo cáo khoa học của các đề tài thực hiện trong năm 1986 . . . . .</u>	 27
 <u>Phụ lục 2: Tóm tắt các bài báo (Working papers) đã hoàn thành và lưu trữ trong Viện năm 1986 . . . . .</u>	 45

1. NHÂN SỰ

Ban lãnh đạo: GS Hoàng Tuy, Viện trưởng  
GS Phạm Hữu Sách, Phó viện trưởng  
GS Trần Mạnh Tuấn, Phó viện trưởng

Phòng Tối ưu: 13 cán bộ, 2 GS, 2 TS, 8 PTS, 3 H.

Trần Vũ Thiệu GS1-PTS trưởng phòng, Bùi Thế Tâm PTS phó phòng,  
Lê Văn Chồng PTS, Phạm Cảnh Dương PTS, Lê Văn Diên H, Trương  
Xuân Đức Hà PTS, Đỗ Bá Khang H, Đinh Thế Lạc PTS, Lê Dũng Hòa  
PTS, Nguyễn Xuân Tân PTS, Phan Thiên Thạch H, Nguyễn Văn Thọ  
TS, Hoàng Tuy GS.

Phòng Xác suất Thống kê: 9 cán bộ, 1 GS, 1 TS, 7 PTS, 1 H

Trần Mạnh Tuấn GS1-PTS trưởng phòng, Hà Lê Anh H, Chế Văn  
Dũng PTS, Đinh Quang Lâm PTS, Hồ Đăng Phúc PTS, Trần Hùng Thọ  
PTS, Nguyễn Văn Thu TS, Nguyễn Hữu Trự PTS, Đào Quang Tuyển PTS.

Phòng Phương pháp Toán lý: 6 cán bộ, 2 GS, 4 PTS, 2 H.

Trần Gia Lịch GS1-PTS trưởng phòng, Hoàng Đình Dung GS1-PTS,  
Vũ Văn Đạt PTS, Nguyễn Văn Ngọc PTS, Tạ Hồng Quảng H, Lê Kim  
Luật H.

Phòng Tô pô Hình học: 10 cán bộ, 2 GS, 2 TS, 5 PTS, 3 H.

Hà Huy Thoái GS1-TS trưởng phòng, Đỗ Ngọc Diệp PTS, phó phòng  
Nguyễn Tự Hoàng PTS, Nguyễn Việt Dũng H, Nguyễn Tiến Đại H,  
Nguyễn Hồng Minh H, Lê Văn Thành PTS, Ngô Việt Trung GS1-TS,  
Hồ Hữu Việt PTS, Hà Huy Vui PTS.

Phòng Phân tích hệ thống: 7 cán bộ, 1 GS, 1 TS, 2 PTS, 4 H.

Nguyễn Ngọc Chu PTS phụ trách phòng, Nguyễn Lương Bách H,  
Nguyễn Văn Chân H, Bùi Công Cường GS1-TS, Nguyễn Khoa Sơn PTS,  
Nguyễn Văn Sự H, Nguyễn Đức Tuấn H.

Phòng Giải tích hàm: 6 cán bộ, 2GS, 2 TS, 4 PTS.

Phan Văn Chương GS1-PTS trưởng phòng, Đỗ Văn Lưu PTS, Dương  
Trong Nhân PTS, Nguyễn Tô Thư TS, Đỗ Hồng Tâm GS1-TS.

Phòng Phương trình vi phân và Hệ động lực: 7 cán bộ, 1 GS.,  
1 TS, 3 PTS, 3 H.

Phạm Hữu Sách GS-TS trưởng phòng, Phan Huy Khải PTS phó phòng  
Phạm Huy Diễm PTS, Vũ Ngọc Phát PTS, Tạ Duy Phương PTS, Phạm Hồng  
Quang H, Nguyễn Đông Yên H.

Phòng Toán học rời rạc: 9 cán bộ, 2 GS, 2 TS, 4 PTS, 3 H.

Hồ Long Vân GS-TS trưởng phòng, Phạm Trà Ân PTS, Nguyễn Việt  
Dũng H, Lê Hội PTS, Đinh Văn Huỳnh GS-TS, Nguyễn Hương Lâm H,  
Nguyễn Hùng Sơn H, Ngô Đức Tân PTS, Lê Công Thành PTS.

Phòng Phương trình đạo hàm riêng: 7 cán bộ, 1 GS, 2 TS, 2 PTS,  
3 H.

Trần Đức Văn TS trưởng phòng, Hà Huy Bằng H, Nguyễn Minh  
Chương GS-TS, Lê Hữu Diễm PTS, Đinh Nho Hào H, Trịnh Ngọc Minh  
H, Hà Tiến Ngọc PTS.

Phòng Quản lý tổng hợp: 14 cán bộ, 7 H.

Vương Ngọc Châu H trưởng phòng, Văn Thị Xuân Hương H phó  
phòng, Võ Thị Gái H phó phòng, Đào Việt Bằng H, Hà Thị Cầm,  
Nguyễn Thị Côi, Hồ Ngọc Cường H, Nguyễn Loan Dân, Phạm Minh Hiền  
H, Trịnh Bá Kiên H, Trần Kim Khuyển, Hồ Ngọc Mai, Hoàng Minh  
Phong, Nguyễn Quốc Tiến.

Tổng cộng: 90 phòng, 88 cán bộ

Trong 9 phòng nghiên cứu với 74 cán bộ có 14 giáo sư, 13 tiến  
sĩ, 39 phó tiến sĩ, 22 đại học.

Công tác viên năm 1985: Lê Ngọc Lăng GS-TS Đại học Mở địa  
chất, Đào Trọng Thi TS Đại học tổng hợp Hà Nội, Nguyễn Duy  
Tiến GS-TS Đại học tổng hợp Hà Nội.

## 2. NGHIÊN CỨU KHOA HỌC

### Danh sách các đề tài :

1. Thuật toán và chương trình giải các bài toán tối ưu.
2. Thuật toán và bộ chương trình chuyên dụng về vật lý toán  
đứng cho công tác quy hoạch và sử dụng tài nguyên thiên nhiên.

3. Nghiên cứu và khai thác các bộ chương trình thông kê toán học.
4. Giải tích phi tuyến và ứng dụng.
5. Phương trình đạo hàm riêng và giải tích số.
6. Giải tích ngẫu nhiên và ứng dụng trong các bài toán lọc, và dự báo.
7. Một số vấn đề chọn lọc của đại số và lý thuyết số.
8. Tổ hợp hình học và các ứng dụng trong vật lý, cơ học.
9. Phân tích và mô phỏng hệ thống.
10. Các vấn đề toán học của tin học.

A. Nghiên cứu cơ bản:

3. Lý thuyết tối ưu và điều khiển.

1. Các nghiên cứu định tính.

Xây dựng các điều kiện đủ cấp 1 và cấp 2 cho các bài toán minimax rời rạc trong không gian Banach, với một số ràng buộc mà trước đây mới chỉ có kết quả cùng loại cho một <sup>hạn</sup> bậc trong không gian hữu hạn chiều, Nghiên cứu tính chất của điểm tối hạn của các hàm Lipschitz: mở rộng định lý Sard cho ánh xạ Lipschitz địa phương và ứng dụng để xây dựng khái niệm bậc của ánh xạ.

Về bất đẳng thức biến phân và tựa biến phân, đã thiết lập được các tiêu chuẩn tồn tại và ổn định nghiệm với các giả thiết nhẹ hơn. Trước đây, các tiêu chuẩn đề xuất để đảm bảo ứng dụng các bất đẳng thức biến phân thường gặp và vào một số vấn đề của vật lý toán.

Các bài toán trò chơi và điều khiển chủ yếu được tiến hành theo hướng của trường phái Pontryagin nhưng có những nét mới thể hiện ở các ràng buộc hỗn hợp (đang hình học và đang tích phân) trong trò chơi vi phân, ở thông tin trạng thái, ở cấu trúc phức tạp của ma trận mô tả các trò chơi sai phân hoặc ở lớp phương trình động lực cổ điển vi sai phân hỗn hợp.

2. Xây dựng các thuật toán.

Đây là hướng được phát triển mạnh và có nhiều kết quả đáng chú ý. Đã nêu một thuật toán mới giải bài toán tìm cực tiểu của hàm đa thức trên đa diện lồi. Thuật toán có thể áp dụng cho mọi

bài toán với điều kiện là có thể tính được tích phân của hàm mục tiêu cũng như các lũy thừa của nó. Các thuật toán cũng loại hoặc trước để chỉ xét bài toán trên siêu lập.

Các bài toán tối ưu với ràng buộc Lipschitz cũng được quan tâm nghiên cứu. Bằng cách biến đổi các ràng buộc Lipschitz thành một ràng buộc  $d-c$  có thể đưa bài toán tìm cực tiểu hàm lồi với ràng buộc Lipschitz về bài toán qui hoạch lồi với một ràng buộc lồi đảo bổ sung. Nếu bài toán ban đầu thỏa mãn điều kiện chính qui thì bài toán dẫn xuất là ổn định và có thể giải theo các thuật toán đã có cho qui hoạch lồi đảo. Cũng đã xây dựng được một thuật toán theo "lưu hàm xếp xỉ" để giải bài toán cực trị Lipschitz không lồi.

Cùng với hướng xây dựng các thuật toán mới còn có những nghiên cứu nhằm cải tiến các thuật toán hiện có cho hiệu quả hơn. Đã nêu ra một lớp hàm phạt chính xác mới có nhiều ưu điểm hơn so với các thuật toán hàm phạt đã có (không làm mất tính khả vi, giữ được tính tách biệt, tính toàn phương của hàm mục tiêu...). Các thuật toán chia nóm cũng được cải tiến để tăng tốc độ hội tụ nhờ dùng một thủ tục chia nóm mới, trong đó số nóm được chia ra ở mỗi bước thay đổi từ 2 đến  $n$  tùy theo nóm được chia. Qua thử nghiệm cho thấy thủ tục chia nóm mới thực sự có cải tiến hơn so với thủ tục "chia đôi" trước đây. Một kết quả đáng chú ý nữa là việc giải bài toán "định tâm thiết kế" một bài toán thực tế đã được quan tâm nghiên cứu ở ngoài nước: trường hợp miền ràng buộc cho bởi các hàm Lipschitz bài toán có thể qui về một dãy các bài toán toàn phương lồi, cần nêu ràng buộc có cấu trúc đa diện (bài toán "lin prog") đã xây dựng được các công thức giải chi tiết.

Bên cạnh các nghiên cứu thuật toán, cũng đã hoàn chỉnh việc xây dựng và thử nghiệm bộ chương trình giải qui hoạch lồi viết bằng ngôn ngữ BASIC cho máy vi tính Apple II, trong đó một số chương trình đã được sử dụng có kết quả trong thực tiễn. Ngoài ra, để nhằm cứu giải các bài toán thực tế, cũng đã xây dựng và đưa vào sử dụng các chương trình chuyên dụng như: chương trình điều tần vào công, chương trình tối ưu hóa mạng ống nước.

## II. Giải tích phi tuyến.

### 1. Giải tích đa trị.

Đạo trung nghiên cứu tính chất khả vi, tính đo được, sự tồn tại điểm bất động của ánh xạ đa trị và các ứng dụng trong các bài toán tối ưu, phương trình tích phân và vi phân đa trị; đưa ra khái niệm mới về đạo hàm của ánh xạ đa trị và thiết lập các định lý ánh xạ trên, các định lý hàm ẩn đa trị và nguyên lý cực cho một lớp bài toán tối ưu tổng quát có tham gia ánh xạ đa trị. Xây lập sự tồn tại nghiệm toàn cục của bao hàm theo vi phân  $x \in \text{extr } F(t, x)$  (tập các điểm cực biên của  $F(t, x)$ ). Một đặc biệt của bao hàm thức đó là về phía không lồi, không nhất thiết đồng, nên vấn đề tồn tại nghiệm không thể suy được từ những kết quả đã biết: xác lập dạng ngẫu nhiên của định lý điểm bất động Caric cho ánh xạ cơ không nhất thiết liên tục.

Ngoài ra đã đưa vào khái niệm và nghiên cứu tính chất của các tập lồi không compact địa phương trong không gian các hàm đo được; đã áp dụng cấu trúc hình hộp Manger để phát hiện một số tính chất mới của độ đo Bersuk.

### 2. Phương trình vi phân đạo hàm riêng phi tuyến.

- Trong những năm gần đây người ta quan tâm đến các toán tử giả vi phân và các bài toán biên tương ứng, tuy nhiên đối với các toán tử giả vi phân phi tuyến dạng Agrenovich thì hầu như rất ít được nghiên cứu. Loại bài toán này xuất hiện nhiều trong hóa học của t. Đã chứng minh định lý tồn tại và duy nhất nghiệm của các bài toán biên tương ứng trong không gian Sobolev, nhận được các đánh giá tiên nghiệm, định lý về độ trơn của nghiệm, định lý tồn tại nghiệm của một bài toán đạo hàm riêng.

- Về toán tử giả vi phân với ký hiệu giải tích, đã chứng minh định lý tồn tại và duy nhất nghiệm của bài toán biên trong dải vô hạn. Trên cơ sở kỹ thuật của toán tử vi phân cấp vô hạn đã đưa ra một số phương pháp giải gần đúng các bài toán Cauchy, bài toán biên, dựa trên việc xấp xỉ các ký hiệu của toán tử bằng chuỗi Taylor, bằng đa thức Bernstein, bằng đa thức lượng giác, nhận được các đánh giá tương minh về tốc độ hội tụ của nghiệm gần đúng đến nghiệm chính xác, chứng minh chặt chẽ về mặt toán học

phương pháp "các hàm số bán dẫn" trong cơ học. Ngoài ra đã đề xuất một phương pháp mới để chứng minh các định lý những các không gian hàm cấp vô hạn, nhờ vậy nhận được những điều kiện những để kiểm tra và tốt hơn các kết quả đã biết. Đối với phương trình cấp 2 có phần đặc trưng đối dẫn đã thu được một điều kiện cần mới của tích hypoelliptic: hàm số đặc trưng cho sự suy biến không thể đồng nhất bằng không trên một suy biến.

### III. Giải tích ngẫu nhiên.

1. Các định lý giới hạn. Xây dựng một hướng tiếp cận thống nhất cho các lý thuyết tự phân bằng cách đưa ra khái niệm mới về các phân phối xác suất tự phân hàm nhiều lần và sử dụng phương pháp đạo hàm để tìm điều kiện Levy-Khinchyn của các phiếm hàm đặc trưng tự phân hàm trên không gian lõi địa phương. Đã khảo sát một cách hệ thống các miền hấp dẫn của các phân phối xác suất khả phân vô hạn, phân phối phổ đồng, phân phối miền ổn định. Đã đưa ra khái niệm mới về "miền hấp dẫn" trên không gian lõi địa phương (nhưng thật sự mới trên đường thẳng thực) và nghiên cứu các đặc trưng của các miền đó.

### 2. Mác-tin-gan và tích phân ngẫu nhiên.

Nghiên cứu biến thiên tuyến tính các mác-tin-gan và ứng dụng vào bài toán dự báo các quá trình dừng trong  $L^p$ . Đã xác lập công thức Taylor ngẫu nhiên nhiên chỉ số, và nhận được các kết quả mới về các toán tử khả tích, và mác-tin-gan tích cận bậc hữu hạn trên cơ sở đó đã đưa ra những đặc trưng hình học của không gian lõi địa phương và ứng dụng vào bài toán xấp xỉ tốt nhất trong không gian  $L_2^1$ .

### IV. Tổng hình học, Đại số và lý thuyết số.

1. Giải tích p-adic. Thu được những kết quả đầu tiên về hàm giải tích đơn điệu p-adic. Những kết quả để chứng tỏ rằng, một cấu trúc của trường  $C_p$  khác hẳn trường  $C$ , nhiều kết quả quan trọng của lý thuyết hàm đơn điệu biến phức vẫn còn đúng trong trường hợp p-adic (chẳng hạn, giả thuyết nổi tiếng của Bieberbach). Thu được một số kết quả mới để tiếp tục hoàn thiện lý thuyết nói suy p-adic và lý thuyết Nevanlinna p-adic xây dựng trong này



năm trước đây.

2. Vành Cohen - Macaulay. Đặc trưng được một số bất biến của vành phân bậc liên kết và đại số Rees. Ứng dụng lý thuyết Castelnuovo cổ điển để đưa ra những chặn trên cho bậc các phương trình định nghĩa đa tạp Cohen-Macaulay số học. Các kết quả đạt được đã mở rộng về chất một số kết quả trước đây về giải thích được một số hiện tượng đặc biệt về đa tạp Cohen-Macaulay số học.

3. Vành Artin. Đưa ra và mô tả cấu trúc của một lớp vành có tính chất nếu  $R$  là vành thuộc lớp đó thì  $R$ -môđun cyclic là tổng trực tiếp của một môđun xạ ảnh và một môđun nửa đơn. Nhận được biểu diễn vành Artin phải dưới dạng tổng trực tiếp của vành Artin nửa đơn và một vành phụ thuộc lực lượng của căn Jacobson. Kết quả này chứng tỏ ảnh hưởng của lực lượng một vành đến cấu trúc đại số của nó.

4. Giải tích điều hòa và tôpô đại số.

Xây dựng một cách tiếp cận mới vấn đề lượng tử nhiều chiều thông qua tích phân đường Feynman và toán tử tích phân Fourier trên nhóm Lie. Mô tả được cấu trúc phân lá Reeb trên xuyên đặc ba chiều, trên cơ sở đó đưa ra hệ chính tắc các bất biến của các đại số kiểu I. Nghiên cứu phương pháp mới của Giải tích điều hòa + lý thuyết chuỗi Eisenstein, chứng minh được sự hội tụ theo tổng trực tiếp của dãy phổ Hochschild-Serre cho đối đồng điều hệ số trong biểu diễn unita (chiều tùy ý) của nhóm parabolic. Mô tả được đại số đối đồng điều của một số lớp nhóm hữu hạn.

5. Lý thuyết kỳ dị. Đặc trưng được tính cổ kỳ dị tại vô cùng qua sự tồn tại các chu trình và nửa chu trình tâm lại và chứng minh rằng giá trị riêng của đơn đạo thuộc căn của đơn vị. Chứng minh được đối ảnh của toán tử toa đồ trên hệ hólônôm với một số điều kiện về tính tổng quát trên đa tạp đặc trưng cũng là hệ hólônôm. Đặc trưng được các hệ vi mô vi phân không đặc trưng có các ma trận đang rút gọn là cấp hai. Bước đầu nghiên cứu liên hệ giữa lý thuyết kỳ dị và số học.

6. Một số vấn đề toán học của tin học.

Đã triển khai theo hai hướng chính:

- Ôtômat và ngôn ngữ hình thức,
- Các vấn đề tổ hợp và đồ thị.

Hướng thứ nhất tập trung vào vấn đề ngôn ngữ từ vô hạn, một vấn đề được nghiên cứu từ năm 1960 xuất phát từ một số bài toán quyết định trong lôgic và sau đó được phát triển như một bộ phận độc lập. Đó là một công cụ thích hợp để nghiên cứu lý thuyết mã và đáng chú ý của các quá trình, đặc biệt là vấn đề đồng bộ hóa các quá trình, liên quan đến các cơ chế tính toán và sử lý song song. Năm qua đã triển khai những nghiên cứu về từ vô hạn trong mối liên hệ với đáng chú ý của các loại ô-tô-mát. Đã nhận được những kết quả rất cơ bản đặt cơ sở cho việc xây dựng lý thuyết các đa tập ngôn ngữ từ vô hạn. Thiết lập một kết quả tương tự kết quả của Perrin (1982) về đa tập ngôn ngữ cho trường hợp ngôn ngữ từ vô hạn 2 phía. Từ đó với tư cách là các trường hợp riêng, có lại các kết quả của Nivat - Perrin (1982-84) và nhận được một kết quả mới đối với từ vô hạn hai phía, tương tự kết quả của Thomas (1979) cho trường hợp từ vô hạn một phía. Chứng minh được sự tồn tại tương ứng 1-1 giữa lớp tất cả các đa tập ngôn ngữ từ vô hạn và lớp tất cả các đa tập monoid hữu hạn khác đa tập nhóm. Kết quả này tương tự định lý cơ bản của Eilenberg (1976) và là cơ sở để phát triển lý thuyết đa tập ngôn ngữ từ vô hạn.

Mạng Petri là một mô hình toán học của các hệ tính toán và sử lý song song. Đáng chú ý hữu hạn của mạng Petri đã được nhiều tác giả nghiên cứu dưới những góc độ khác nhau. Đã triển khai nghiên cứu các đặc điểm vô hạn của mạng Petri theo kiểu Béal thể hiện qua ngôn ngữ từ vô hạn sinh ra bởi chúng. Đã thiết lập được dạng biểu diễn của ngôn ngữ từ vô hạn doán nhận được bởi mạng Petri, tương tự như kết quả của Mack cho trường hợp ngôn ngữ từ số hạn.

Hướng thứ hai tập trung vào một số vấn đề đồ thị có liên quan chặt chẽ với tin học là lý thuyết ô-tô-mát, lý thuyết đồ phức tạp tính toán, lý thuyết lịch tiến. Đã chứng minh được một số kết quả về lớp đồ thị k - liên thông tối thiểu và đề nghị một phương pháp tối thiểu hóa các đồ thị 2 - liên thông. Đã thiết

lập được một điều kiện cần để nhóm bậc cần tối thiểu không chính qui phi nguyên thủy là đồ thị hóa trị 3 được. Kết quả này góp phần vào việc giải quyết vấn đề Konig về sự đồ thị hóa được của các nhóm hoán vị.

## B. NGHIÊN CỨU ỨNG DỤNG VÀ DỊCH VỤ

### 1. Nghiên cứu và khai thác các bộ chương trình về thống kê toán học.

a) Bổ sung và hoàn chỉnh bộ chương trình SPCC về thống kê toán học: Bộ chương trình SPCC (Statistical package for personal computers) đã được phỏng xây dựng từ năm 1984 bằng ngôn ngữ BASIC. Năm 1986 SPCC được bổ sung thêm 10 chương trình mới về phân tích số liệu (Exploratory Data Analysis-EDA). Bộ chương trình này đã được một số cơ quan sử dụng để giải quyết các vấn đề thực tiễn: Cục bảo vệ thực vật, Cục dự báo khí tượng thủy văn, Viện khoa học kỹ thuật nông nghiệp.

b) Biên soạn 3 tiêu chuẩn Việt nam về thống kê ứng dụng:

- Qui tắc đánh giá tính bất thường của quan sát.
- Phân tích phương sai
- Độ lặp lại và độ tái lập của các phương pháp thử

Đồng thời đồng góp ý kiến cho việc biên soạn 11 tiêu chuẩn khác.

Các tiêu chuẩn Việt nam trên sẽ được tổng cục đo lường tiêu chuẩn chất lượng ban hành trong năm 1987 để phổ biến rộng rãi các phương pháp thống kê, phục vụ cho việc nâng cao chất lượng các sản phẩm tiêu dùng và xuất khẩu.

### 2) Tối ưu hóa.

Đã đưa công cụ tối ưu vào giải quyết một số bài toán về vận tải, quy hoạch hệ thống điện, mang cấp thoát nước:

a) Hoàn chỉnh và đưa vào áp dụng có kết quả trong thực tiễn một thuật toán phân rã giải bài toán qui hoạch lồi cỡ lớn nảy sinh từ các tính toán cân bằng điện năng.

b) Đã xây dựng một mô hình đơn giản cho bài toán điều tầu chở lãu của nước ngoài vào các cảng Việt nam đõ hàng nhằm tiết kiệm tiền phạt ngoại tẽ. Từ đó đã đề xuất một phương pháp giải chính xác, dựa trên cơ sở kết hợp tư tưởng nhánh cấn với duyệt toàn bộ. Các kết quả tính toán đã được cơ sở đặt hàng nghiệm thu và đưa vào vận dụng trong thực tiễn.

c) Thử nghiệm việc ứng dụng công cụ tối ưu toàn cục trong xây dựng mạng ống cấp thoát nước cho thành phố Hà nội.

### 3. Các phương pháp phân tích và mô phỏng hệ thống.

#### a) Tham gia chương trình Nhà nước nghiên cứu Tây nguyên

(48 - 09):

Cùng với Viện khoa học tính toán và điều khiển tìm hiểu cơ bản tình hình kinh tế thời gian qua và các kế hoạch phát triển sắp tới của tỉnh Lâm Đồng; Tham gia soạn thảo "Sơ đồ phát triển và phân bố lực lượng sản xuất ở Lâm Đồng"; thảo luận góp phần hình thành mô hình toán học phát triển vùng Di Linh-Bảo Lộc, và bước đầu khảo sát để hình thành đề tài nghiên cứu về: "Cơ cấu kinh tế tỉnh".

b) Nghiên cứu một số vấn đề phương pháp luận phân tích hệ thống và ứng dụng vào các hệ cụ thể như đưa ra một số kiến nghị cho đề án phát triển của Công ty du lịch Lâm Đồng, nhằm nâng cao hiệu quả quản lý và kinh doanh của công tác du lịch ở Lâm Đồng; xây dựng mô hình mô phỏng toán học và chạy thử nghiệm bằng số cho một ví dụ về bài toán tổ hợp tấn xuất lữ.

#### 4) Thuật toán và bộ chương trình chuyên dụng về vật lý toán

a) Nghiên cứu các cơ sở toán học của bài toán tính dòng chảy không dừng và ở nhiều nước một chiều. Đã chỉ ra cách chọn điều kiện biên để bài toán dòng chảy có duy nhất nghiệm; chứng minh sự ổn định của các sơ đồ sai phân, sơ không tích lũy sai số của phép truy đuổi và tính chất đúng của lời giải số của bài toán khuếch tán.

b) Xây dựng các thuật toán và các bộ chương trình tính áp lực lên cửa van, tính dòng chảy không dừng hai chiều bằng phương pháp sai phân với lưới tam giác.

c) Công tác với Viện nghiên cứu khoa học thủy lợi nghiên cứu và xây dựng bộ chương trình tính áp lực lên cửa van hai chiều đứng. Đã tính thử cho 3 phương án. Các kết quả tính toán ổn định phù hợp với đặc (sai số dưới 10%) và được các cán bộ kỹ thuật chấp nhận, đánh giá tốt.

d) Công tác với Bộ Điện lực thực hiện các hợp đồng "tính áp lực van tắc của nước va trong ống dẫn" và "tính sóng gián đoạn khi vỡ đập Trị An".

### 3. CÁC HỢP TÁC KHOA HỌC VỚI NƯỚC NGOÀI.

- 3.1. Đề tài 5.1.(2) Tập đại số và hình học đại số, hợp tác với Viện Toán học Steklov, Viện HLKH Liên xô.  
Thời gian thực hiện 86 - 90.
- 3.2. Đề tài Các phương pháp và thuật toán tối ưu, hợp tác với Viện Tự động hóa và Kỹ thuật tính toán, Viện HLKH Hunggari.  
Thời gian thực hiện 86 - 90.
- 3.3. Đề tài Lý thuyết xác suất và Thống kê ứng dụng, hợp tác với Viện Toán học Viện HLKH Ba lan  
Thời gian thực hiện 86 - 90.
- 3.4. Đề tài Tối ưu hóa và các bài toán điều khiển tối ưu, hợp tác với Viện Lý thuyết thông tin và tự động hóa Viện HLKH Tiệp Khắc.  
Thời gian thực hiện 86 - 90.

### 4. CÔNG BỐ KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU.

#### 4.1 Các báo cáo khoa học đã hoàn thành và lưu trữ trong Viện.

WP/IMH/86/01

Trần Đức Văn, Đinh Nho Hào, Trịnh Ngọc Minh, On the Cauchy Problems for systems of partial differential equations with a distinguished variable.

WP/IMH/86/02

Đỗ Ngọc Diệp, Multidimensional quantisation and Fourier

integral operators

WP/IMH/86/03

Lê Anh Vũ, Phân lá tạo thành từ các K-quỹ đạo của nhóm kim cương thực.

WP/IMH/86/04

Nguyễn Minh Chương, Về một bài toán biên giá vi phân phi tuyến.

WP/IMH/86/05

Nguyễn Việt Đông, Bất biến môđula của nhóm  $GL_{2,p}$  trên tập hai biến.

WP/IMH/86/06

Hà Huy Khoái, các hàm đơn điệu giải tích p-adic (tiếng Nga).

WP/IMH/86/07

Lê Văn Thành, Chuỗi Dirichlet và các đa giác Newton

WP/IMH/86/08

Phạm Trà An, Về các ngôn ngữ từ vô hạn biểu diễn bởi mạng Petri.

WP/IMH/86/09

Đỗ Long Vân, Đa tạp monoid hữu hạn và từ vô hạn hai phía.

WP/IMH/86/10

Phan Trung Huy, Đỗ Long Vân, Đa tạp các monoid hữu hạn và đa tạp các ngôn ngữ từ vô hạn.

WP/IMH/86/11

Phan Thiệu Thạch, Convex minimization under Lipschitz constraint.

WP/IMH/86/12

Phan Thiệu Thạch, Hoàng Tuy, Nguyễn Văn Thọai, Reducing the design centering problem into a sequence of minimizing a concave quadratic function under linear constraints problems.

WP/IMH/86/13

Trần Vũ Thiệu, Bộ chương trình về tối ưu toàn cục phi tuyến.

WP/IMH/86/14

Nguyễn Hồng Minh, Nội suy hàm giải tích nhiều biến p-adic trên  $C_p$ .

WP/IMH/86/15.

Phạm Văn Chương, Existence of solutions of a multivalued

differential equation with non closed - convex right hand side.

WP/DMH/86/16

Mì Vinh Quang, Nội suy các chuỗi Laurent p-adic (tiếng Nga)

WP/DMH/86/17

Trần Mạnh Tuấn, Nguyễn Hữu Trụ, Nguyễn Việt Phong, Dự báo nhiệt độ trung bình tháng tại Hà Nội bằng mô hình ARMA theo mùa.

WP/DMH/86/18

Nguyễn Văn Thu, A linear martingale representation problem

WP/DMH/86/19

Ngô Việt Trung, Reduction exponent and degree bound for the defining equation of graded rings.

WP/DMH/86/20

Aron Simis, Ngô Việt Trung, On ideals of ordinal Hodge algebra.

WP/DMH/86/21

Nguyễn Văn Khải, Về phương pháp Seidel-Newton giải phương trình toán tử trong các không gian siêu metric và tính chuẩn đều của các dãy xấp xỉ có nhiều (tiếng Nga).

WP/DMH/86/22

Lê Quang Trung, về một bài toán không chính cho phương trình vi tích phân kỳ di.

WP/DMH/86/23

Ta Duy Phương, Phan Huy Khải, Trò chơi đuổi bắt với động lực hỗn hợp (tiếng Nga).

WP/DMH/86/24

Vũ Ngọc Phát, Tính điều khiển được của các hệ rời rạc tuyến tính ổn định với điều kiện pha trong không gian Banach (tiếng Nga).

WP/DMH/86/25

Hồ Ngọc Diệp, On the Langlands type discrete groups .I. The Borel-Serre compactification.

WP/DMH/86/26

Lê Kim Luật, Hàn Quốc Trinh, Trần Gia Lịch, Trương Đình Du,

Phạm Dương Minh, Tính áp lực lên cửa van.

WP/DMH/86/27

Trần Gia Lịch, Một số vấn đề toán học của bài toán tính dòng chảy không dừng một chiều trên hệ sông hoặc kênh hở.

WP/DMH/86/28

Lê Dũng Mưu, Nguyễn Đức Nghĩa, A new penalty method for solving a class of nonlinear programming problems.

WP/DMH/86/29

Hà Huy Vui, Nguyễn Lê Anh, Le comportement géométrique à l'infini des polynômes de deux variables complexes.

WP/DMH/86/30

Hà Huy Bằng, Về một vài định lý nhúng các không gian hàm tuần hoàn bậc vô hạn (tiếng Nga).

WP/DMH/86/31

Lê Văn Chông, Implicit variational inequalities for monotone and pseudomonotone functions.

WP/DMH/86/32

Lê Văn Chông, On the stability property of variational inequalities for monotone functions.

WP/DMH/86/33

Hồ Hữu Việt, Cấu trúc  $C^{\infty}$ -đại số của phân tử Reeb với bờ và vấn đề lớp cơ bản của  $K_2 C^{\infty}(V, F)$ .

WP/DMH/86/34

Hồ Hữu Việt, Hệ bất biến chính tắc của các  $C^{\infty}$ -đại số kiểu  $T$ .

WP/DMH/86/35

Đỗ Văn Lưu, Điều kiện đủ cho bài toán minmax rời rạc có ràng buộc.

WP/DMH/86/36

Trương Mỹ Dung, On variable dimension algorithms for reverse - convex programming.

WP/DMH/86/37

Lê Dũng Mưu, Bùi Thế Tâm, Phạm Cảnh Dương, Nguyễn Văn Thoại  
Bài toán bố trí tối ưu các tàu ngoại quốc chờ xếp dầu vào các cảng Việt Nam.



WP/DMH/86/38

Vũ Việt Yên, A stochastic Taylor formula for two parameters stochastic process

WP/DMH/86/39

Bùi Công Cường, Phân tích bước đầu hệ đa lịch Lân Bằng.

WP/DMH/86/40

Nguyễn Đông Yên, Implicit function theorems for set-valued maps.

WP/DMH/86/41

Trương Xuân Đức Hà, Định lý Sard cho ánh xạ Lipschitz địa phương.

WP/DMH/86/42

Nguyễn Ngọc Châu, Nguyễn Khoa Sơn, Lê Thanh, Vũ Văn Thịnh, Đan Văn Vân, ứng dụng phương pháp số phỏng giải bài toán tổ hợp tần suất lữ.

WP/DMH/86/43

Nguyễn Văn Ngọc, Một số không gian hàm và ứng dụng của chúng trong lý thuyết các phương trình cấp chuỗi.

WP/DMH/86/44

Nguyễn Văn Ngọc, Đưa một số phương trình cấp về các phương trình tích phân Fredholm loại hai.

WP/DMH/86/45

Nguyễn Tô Như, Một số ứng dụng của phép dựng hình hộp Menger vào lý thuyết đo hình học.

4.2. Bổ đề trong Preprint Series

1. Phạm Hữu Sách, On calmness in mathematical programming involving Set-valued maps, No.1

2. Hoàng Đình Dũng, Решение по схеме озеина некоторых задач остекания тела газной жидкостью, № 3

3. Lê Quang Trung, 0 пространства Соболева-Орлича Бесконечного порядка с весом, № 4.
4. Trần Vũ Thiệu, A note on the solution of bilinear programming problems by reduction to concave minimization, No.5
5. Lê Ngọc Lăng, Ngô Văn Lạc, Нестационарная задача фильтрации в трещиноватых пластах, № 6.
6. Lê Tuấn Hoa, On Segre product of affine semigroup rings, No.10
7. Hoàng Tuy, V. Khatchaturov, S. Utkin, A class of exhaustive cone splitting procedures on conical algorithms for concave minimization, No. 11.
8. Phạm Cảnh Dương, Finding the global extremum of of a polynomial function, No. 12.
9. Lê Mậu Hải, The extension of meromorphic maps with values in a complex manifold having a Stein topological cover, No.14.
10. Ngô Việt Trung, G. Valla, Degree bounds for the defining equations of arithmetically Cohen-Macaulay and buchbaum varieties, No. 15.
11. Đỗ Văn Lưu, Regularity and sufficient optimality conditions for some classes of the mathematical programming problems, No. 17.
12. Đinh Văn Huyền, Nguyễn Việt Dũng, On some classes of rings characterized by injective modules, No. 19.
13. Lê Dũng Mậu, Nguyễn Đức Nghĩa, A new penalty function method for solving a class of nonlinear programming problems, No. 27.
14. Hoàng Tuy, Minimizing a convex function over a nonconvex set, No.22

15. Đinh Hữu Hải, Аппроксимация одной задачи оптимального управления квантовыми объектами проекционно - сеточным методом. № 23.
16. Đinh Hữu Hải, Разностная аппроксимация одной задачи оптимального управления квантовыми объектами, № 24.
- 17, 18, 19. Đỗ Ngọc Diệp, Multidimensional quantization of the hamiltonian systems with supersymmetry. No. 28, 29, 31.
20. Phạm Hữu Sách, A surjectivity theorem for set-valued maps, No. 25. (đã nhận đăng trong Bollettino OMI Analisi Funzionale e Applicazioni, No. 2 (1987)).

#### 4.3. Các bài báo đã đăng

1. Hà Huy Bằng, О нетривиальности классов пространств Соболева Орлица бесконечного порядка на прямой. Матем. Заметки, Т 35, № 3, 1986.
2. Hà Huy Bằng, Абсолютно сходящиеся ряды полиномов из экспонен. Acta Math. Vietnam. , № 2, 1986.
3. Nguyễn Văn Châu, Phan Huy Khải, On controllabilites of linear discrete-time systems with restrained controls and the pursuit process in linear discrete games. Acta Math. Viet., Vol. 10, No. 1, 1985.
4. Nguyễn Văn Đại, Classification des systemes holonomes a multiplicité 2. Acta Math. Viet., Vol. 10, No. 2, 1985.
5. Đinh Hữu Hải, Оптимальное управление квантовыми объектами. Автоматика и Телемеханика, № 2, 1986.
6. Lê Tuấn Hoa, Classification of the triple Projections of veronese Varieties. Math. Nachr. 128(1986), 165 - 197.
7. Phan Huy Khải, On an effective method of pursuit in linear discrete games with different types of constraints on controls. Acta Math. Viet., Vol. 10, No. 2, 1985.

8. Trinh Ngoc Minh, Об одной алгебре псевдидифференциальных операторов с аналитическими символами. ДУ, Т 22, Б 4, 1986.
9. Lê Dũng Mưu, A convergent algorithm for solving linear programming with an additional inverse convex constraint. Kibernetika, No.6, 1985.
10. Nguyễn Văn Ngoc, Г.А. Попов, О парных интегральных уравнениях, связанных с преобразованиями Фурье. Укр. Матем Журнал, Т 38, № 2, 1986.
11. Vũ Ngoc Phát, Faradjiev R.G., Shapiro A., Теория управляемости дискретных систем. Автоматика и Телемеханика, № 1, 1986.
12. Ta Duy Phuong, Phan Huy Khai, Задача преследования в линейных дискретных играх с запаздыванием.  
Acta Math Viet, Vol 10, No1, 1985.
13. Nguyễn Khoa Sơn, Global controllability of autonomous systems : Geometric consideration. System Control Letters, Vol. 7, No. 5, 1985.
14. Nguyễn Khoa Sơn, On the null-controllability of discrete-time system. JOTA, Vol. 56, No.2, 1986.
15. Nguyen Khoa Son, Nguyen Van Su. Linear periodic system: Controllability with restrained control. Applied Math Optimiz, 14, No. 3, 1986.
16. Bùi Thế Tâm, Xây dựng bản cân đối liên ngành cho các vùng kinh tế, và ứng dụng để tính toán các phương án phát triển kinh tế. Tạp chí Kinh tế vùng, No2, 1986.
17. Trần Vũ Thiệu, Конечный метод минимизации возмущенной функции при линейных ограничениях и его приложения. Кибнетика № 2, 1986.
18. Nguyễn Văn Thu, An alternative approach to multiply self-decomposable probability measures to Banach spaces. Probability Theory and Related fields, 72 (1986), 35-54.

19. Ngô Việt Trung, Toward a theory of generalized Cohen-Macaulay modules. Nagoya Math. Journal, Vol. 26, 1986.
20. Ngô Việt Trung, Lê Tuấn Hoa, Affine semigroups and Cohen-Macaulay rings generated by monomials. Trans. AMS 1986.
21. Đỗ Long Vân, Langages écrits par un code infinitaire  
Théorème du défaut. Acta Cybernetica, 7 (1986), 247-257.
22. Nguyễn Đông Yên, Local controllability for Lipschitzian discrete-time systems. Acta Math. Viet., Vol. 11, No.2 1986.

#### 4.4. Biên tập các tạp chí

Hoàng Tuy: Mathematical Programming, Optimization, Acta Mathematica Vietnamica, Tạp chí toán học, Tạp chí Khoa học tính toán và điều khiển.

Phạm Hữu Sách: Acta Mathematica Vietnamica, Tạp chí khoa học Tính toán và Điều khiển.

Nguyễn Văn Thu: Probability and Mathematical Statistics.

Trần Đức Văn: Acta Mathematica Vietnamica.

#### 5. CÁC HỢP ĐỒNG TRIỂN KHAI ỨNG DỤNG KHET

Tổng giá trị: 646.000 đ

1) Biên soạn 14 tiêu chuẩn Việt nam về Toán thống kê, kỹ tháng 4/86 với Trung tâm tiêu chuẩn chất lượng. Giá trị 158.000đ

2) Ứng dụng quy hoạch lồi để giải bài toán cân bằng năng lượng, kỹ tháng 5/86 với Viện Năng lượng và điện khí hóa.

Giá trị 25.000 đ

3) Áp dụng lý thuyết mô phỏng để giải vấn đề tổ hợp tần suất kỹ tháng 6/86 với Viện Khảo sát và thiết kế thủy lợi.

Giá trị 25.000 đ

4) Áp dụng tin học vào quản lý ngành du lịch, kỹ tháng 9/86 với Công Ty du lịch Lâm Đồng. Giá trị 282.540 đ

5) Sắp xếp tối ưu tàu ngoại quốc chở xăng dầu vào các cảng Việt nam với mục tiêu là tổng cước phí thấp nhất, kỹ tháng 9/86 với Tổng Công ty xăng dầu. Giá trị 60.500 đ

6) Nghiên cứu lớp các mô hình phương pháp tối ưu toàn cục phi tuyến và xây dựng các chương trình mẫu trên máy Apple II, kỷ tháng 10/86 với Viên Phân vùng Qui hoạch T.W. Giá trị 10.000 đ.

7) Nghiên cứu các phương pháp tính toán cho hệ thống cấp thoát nước và mạng lưới phân phối của thành phố, kỷ tháng 10/86 với Công ty Thiết kế cấp thoát nước. Giá trị 35.000 đ.

8) Nghiên cứu lớp các mô hình tối ưu, mô phỏng hệ thống và xây dựng các Chương trình trên máy Apple II, kỷ tháng 11/86 với Viên Phân vùng Qui hoạch T.W. Giá trị 25.000 đ.

9) Ứng dụng phương pháp cân đối liên ngành để xác định quan hệ liên vùng, kỷ tháng 11/86 với Ban Tổng hợp Viên Phân vùng Qui hoạch T.W. Giá trị 30.000 đ.

10) Nghiên cứu xử lý các số liệu xác định hệ thống nông nghiệp kỷ tháng 12/86 với Bộ môn Toán Máy tính Viện Khoa học kỹ thuật Nông nghiệp. Giá trị 20.000 đ.

#### 6. ĐÀO TẠO SAU ĐẠI HỌC - LUẬN AN BẢO VỆ

##### 6.1. Danh sách các nghiên cứu sinh khóa VII-86 và ngân hạn.

1) Tạ Khắc Cư, HSP Vinh, "Quỹ Kac của nhóm tác động trên không gian metric"

Hd: TS Nguyễn Tô Như.

2) Nguyễn Văn Kính, HSP Qui Nhơn, "Toán tử giả vi phân trong  $\mathbb{R}^n$ "

Hd: TS.GS1 Nguyễn Minh Chương

3) Khuất Văn Kính, HSP II, "Nghiên cứu định tính các toán tử giả vi phân với Symbol đều bộ phận"

Hd: TS, GS1 Nguyễn Minh Chương

4) Lê Quang Trung, HSP I, "Một bài toán không elliptic với toán tử giả vi phân"

Hd: TS, GS1 Nguyễn Minh Chương

5) Tạ Hồng Quảng, Viên Toán học, "Tập xi hàm một biến và hàm nhiều biến"

Hd: TS Đinh Dũng (Viện KHTTK), TS Trần Đức Văn

6) Huỳnh Thế Phùng, HTH Huế, "Đạo hàm cấp cao và bài toán cực trị"

Hd: GS, TS Phạm Hữu Sách, PTS Phạm Huy Diễn

- 7) Lê Anh Vũ, HESP Huế, "Không gian phân lá tạo thành từ các K - quỹ đạo ở vị trí tổng quát của các nhóm Lie giải được"

Hd: PTS Hồ Ngọc Diệp, PTS Hồ Hữu Việt

- 8) Nguyễn Văn Châu, Viện Toán học, "Vấn đề điều khiển được và lý thuyết trò chơi"

Hd: PTS Phan Huy Khải, PTS Vũ Ngọc Phát

- 9) Lê Bá Khang, Viện Toán học, "Điểm bất động ảnh xạ không tầm và ứng dụng trong giải tích phi tuyến"

Hd: GS Hoàng Tuy, PTS Phạm Cảnh Dương

- 10) Thái Quỳnh Phong, ĐHBK Đà Nẵng, "Thuật toán tối ưu toàn cục và một số ứng dụng trong vấn đề cấp phối nước"

Hd: TS Nguyễn Văn Thoai.

- 11) Phan Thiên Thạch, Viện Toán học, "Phương pháp giải các bài toán tối ưu phi tuyến toàn cục"

Hd: TS Nguyễn Văn Thoai, PTS Phạm Cảnh Dương

- 12) Phạm Phú Triêm, ĐH Thủy Lợi, MCS ngắn hạn, "Về tính chất phổ của trường thuận nhất và ma trận dừng"

Hd: GS1 Trần Mạnh Tuấn, GS1 Lý Hoàng Tú (Viện NCHE)

#### 6.2. Danh sách MCS các khóa trước đang còn thời hạn.

Nguyễn Việt Dũng, Nguyễn Đông Yên, Tạ Duy Phương, Phạm Hồng Quang, Nguyễn Việt Dũng, Phan Dân, Vũ Việt Yên, My Vinh Quang, Nguyễn Việt Đông, Trịnh Ngọc Minh, Lê Văn Điền.

#### 6.3. Luận án PTS bảo vệ tại Viện Toán học.

- 1) Lê Dũng Mưa, Viện Toán học, "Một số phương pháp tính điểm bất động và giải bất đẳng thức biến phân", bảo vệ tháng 6/1/86.

Hd: GS Hoàng Tuy, PTS Bùi Thế Tâm

- 2) Nguyễn Văn Thường, HKB Giáo dục, "Một số thuật toán giải quy hoạch lồi đảo với hàm mục tiêu lồi", bảo vệ 18/3/86

Hd: GS Hoàng Tuy, GS1 Trần Vũ Thiệu.

- 3) Chế Văn Đông, Viện Toán học, "Phân bố xác suất tự phân

hàm trên không gian lồi địa phương và trên đại số tích chập suy rộng Urbanik", báo về 6/10/86.

Hd: TS Nguyễn Văn Thu, PTS Đinh Quang Lưu.

- 4) Hồ Đăng Phúc, Viện Toán học, "Về luật giới hạn của tổng các đại lượng ngẫu nhiên độc lập", báo về 6/12/86.

Hd: TS Nguyễn Văn Thu, GS-TS Nguyễn Duy Tiến.

6.4. Luận án của các cán bộ Viện Toán học bảo vệ ở nước ngoài.

- 1) Đỗ Hồng Tân.

Luận án Tiến sĩ (habilitation): "Những đóng góp vào lý thuyết điểm bất động cho ánh xạ co và cô đặc trong không gian metric xác suất", báo về 26/2/1986 tại Hội đồng Khoa Toán - Tin học - Cơ học, trường Đại học tổng hợp Vao-sa-va Ba len.

- 2) Đào Quang Tuyến.

Luận án Phó tiến sĩ, "Về sự hội tụ của dãy các biến ngẫu nhiên phụ thuộc", báo về 5/6/1986 tại Viện Toán học Viện KHXH CHDC Đức.

7. XEMINA; HỘI THẢO; HỘI NGHỊ KHOA HỌC

7.1. Xemina.

1. Xemina hoạt động theo phòng: Xác suất, Phương pháp Toán lý, Đại số-Tôpô-Hình học (hợp tác), Phân tích và mô phỏng hệ thống, Giải tích hàm, Giải tích phi tuyến và ứng dụng, Giải tích đa trị và lý thuyết trò chơi, Lý thuyết các bài toán điều khiển được (hợp tác), Toán học rời rạc, Phương trình vi phân đạo hàm riêng, Giải tích số (hợp tác).
2. Xemina hoạt động theo nhóm nghiên cứu: Thống kê ổn định, Giải tích điều hòa, Giải tích P-adic, Đại số giao hoán, Vật lý (hợp tác), Cơ cấu kinh tế, Các bài toán tổ hợp và đồ thị, Đại số và ngôn ngữ, Các phương pháp số trong phương trình vi tích phân.

7.2. Hội thảo tổ chức trong năm 1986 và đến năm 1987

1. Hội thảo "Cơ sở toán học của tin học và báo về tin" 4-6/07/1986, tại Viện Toán học, số người tham dự: 50.



- Số báo cáo: 33 (3 báo cáo mỗi 1 giờ), Số cơ quan tham dự: 10
2. Trường học "Lý thuyết tối ưu và ứng dụng" 5-12/07/1986 tại Băy Cháy. Số người tham dự: 60, số báo cáo: 30 (6 báo cáo mỗi 1 giờ), số cơ quan tham dự: 14.
3. Hội thảo "Đại số-Tôpô-Hình học 1986", 19-21/11/1986, tại Viện Toán học. Số người tham dự: 50, số báo cáo: 29 (6 báo cáo mỗi 1 giờ), số cơ quan tham dự: 10
4. Hội thảo "Phương trình vi phân đạo hàm riêng", 19-20/12/86 tại Quảng Bá, Hà Nội. Số người tham dự 17, số báo cáo: 13 (3 bài giảng), số cơ quan tham dự: 4
5. "Giải tích phi tuyến và ứng dụng", 4-5/01/1987, tại Quảng Bá, Hà Nội. Số người tham dự: 30, số báo cáo: 9. Số cơ quan tham dự: 4.
- 7.3. Hội nghị khoa học Viện Toán học năm 1985.  
Tổ chức tại Viện Toán học, số người tham dự gần 100, số công trình hoàn thành trong năm 1985: 67.

#### 8. KHÁCH QUỐC TẾ

7 khách mời hoặc trao đổi tương đương:

- Irwayne Lewis, TS, giải tích hàm, từ 17/1 đến 21/2, Texas Tech University, Lubbock, Texas, USA
- Rudolf Frank Hempel, GS, thống kê toán, từ 28/02 đến 31/3, Fachgruppe fuer Statistik, ETH, CH 8092 Zurich, Switzerland
- Reiner Horst, GS, tối ưu, từ 11/3 đến 26/3, Universitat Oldenburg, Fachbereich Mathematik, FRG.
- Herace Chandler Davis, GS, giải tích hàm, từ 9/5 đến 15/5, University of Toronto, Toronto, Ontario, Canada M5S 1A1.
- Валерий Михайлович Гурженко, PTS, phương trình đạo hàm riêng từ 22/5 đến 27/5, Институт математики СОАН СССР.
- Richard Wiegandt GS, đại số, từ 2/12 đến 16/12, Mathematical Institute, Reáltanoda utca 15, Budapest, H-1053, Hungary.

- Easzo Marki, TS, đại số, từ 2/12 đến 16/12, Mathematical Institute, Realtanoda utca 15, Budapest, H-1053, Hungary.

### 9. CAN BO BI CONG TAC NUOC NGOAI

#### 9.1. Giáo sư mời:

- Hoàng Tuy, Học Viện công nghệ Châu Á (AIT), Bangkok, 8 tháng (từ tháng 9/1986)
- Trần Mạnh Tuấn, Đại học Paris Sud, Paris, 2 tháng (6-7. 8)

#### 9.2. Cộng tác viên khoa học:

- Nguyễn Văn Thu, ISI, Ấn Độ 4 tháng (1-5/86).
- Nguyễn Văn Thoai, Đại học Trier, CHLB Đức, 1 năm (Từ tháng 9/1986)
- Đinh Văn Huỳnh, Đại học Tổng hợp Dusseldorf, CHLB Đức 6 tháng (Từ tháng 11/1986).

#### 9.3. Tham tập sinh:

- Đỗ Bá Khang, Thái Lan, 20 tháng (từ 4/1986)
- Trịnh Ngọc Minh, Liên xô, 1 năm (từ 6/1986)
- Nguyễn Lương Bách, Ấn Độ, 3 tháng (từ 8/86)
- Dương Trọng Nhân, Balan, 1 năm (từ 9/1986)
- Châu Văn Đông, Ba lan, 1 năm (từ 10/1986)
- Lê Văn Diên, Ba lan, 1 năm (từ tháng 11/86)

#### 9.4. Hội nghị quốc tế:

- Trần Đức Văn. Hội nghị Toán học quốc tế, Some problems of the theory of nonlinear differential operators of infinite order and its applications (International Congress of Mathematicians) Berkeley, Mỹ. tháng 8/1986
- Nguyễn Văn Thu Hội nghị quốc tế của Hội Bernoulli, Tashkent, Liên xô, tháng 9/86: Dự báo quá trình dừng mạnh trong  $L_p$ .
- Hoàng Tuy. Hội thảo Văn trú học, Đại học kỹ thuật Darmstadt (Symposium über Operations Research, Technische Hochschule Darmstadt) 1-3 September 1986: Minimizing a Convex Function over a Nonconvex Set.

### 10. GIẢI THƯỞNG KHOA HỌC

- 10.1. Giải thưởng khoa học của Viện KHVH:  
GS1 Phạm Văn Chương: *Ánh xạ đa trị có được và áp dụng vào lý thuyết điều khiển và giải tích ngẫu nhiên.*
- 10.2. Giải thưởng khoa học của Viện Toán học năm 1986:  
Giải thưởng khoa học cho cán bộ trẻ (dưới 30 tuổi):  
Lê Xuân Hoa với nhóm công trình
  - Affine semigroups and Cohen-Macaulay rings generated by monomials, Trans. Amer. Math. Soc. (1986),
  - Classification of triple projections of Veronese varieties Math. Nachr. 125(1986),
  - On Segre products of affine semigroup rings, Preprint Series, 1986.

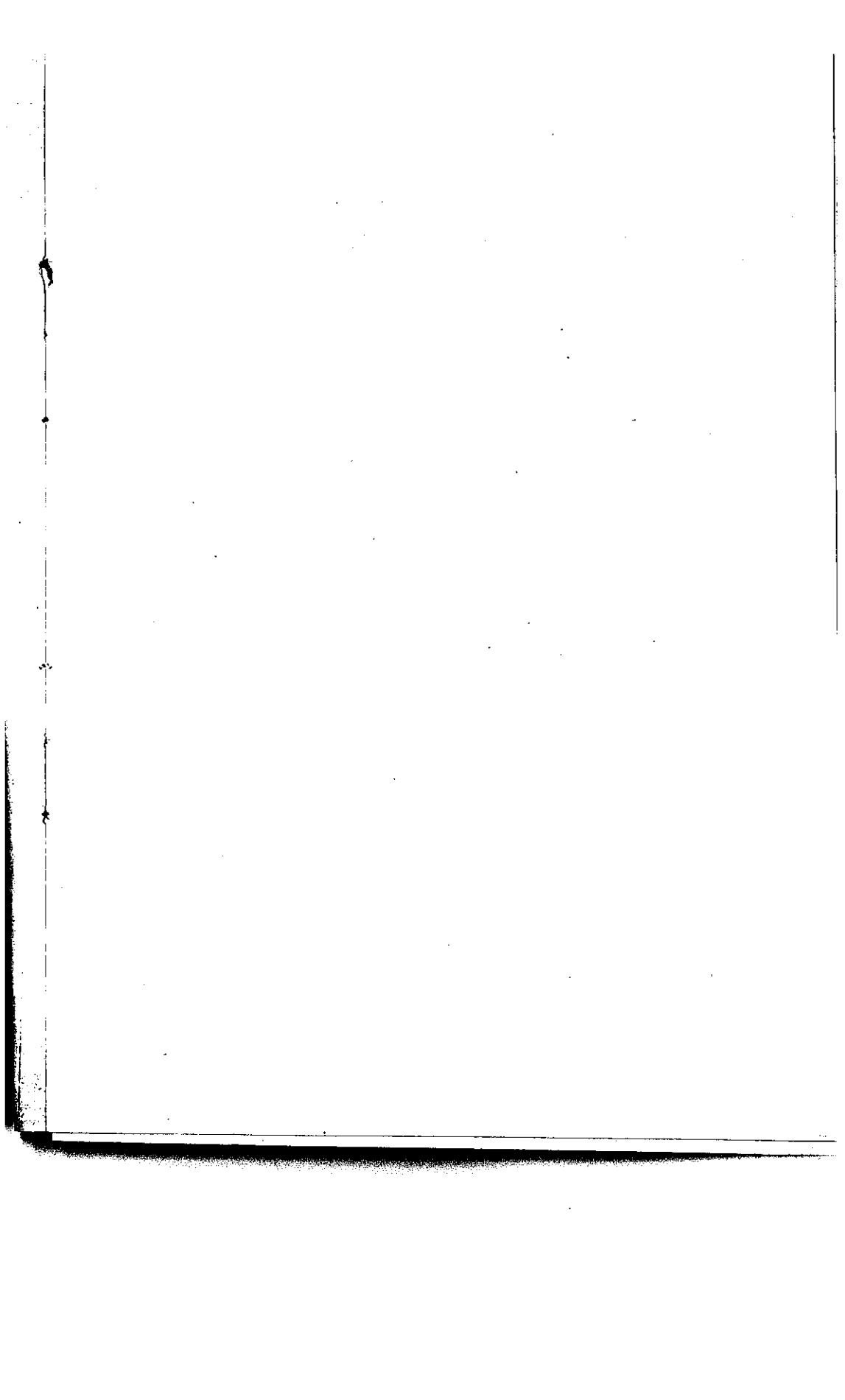
### 11. THƯ VIỆN, XUẤT BẢN, TƯ LIỆU.

- 11.1. Thư viện nhập: 287 sách tiếng Nga  
177 sách La tinh  
621 bản tạp chí tiếng Nga  
327 bản tạp chí La tinh.
- 11.2. Xuất bản:
  - Acta Mathematica Vietnamica: No2(1985, No1(1986), No2(1986).
  - Preprint: 25 số (cùng với Viện Khoa học tính toán và điều khiển).
- 11.3. Đã trao đổi tạp chí Acta Mathematica Vietnamica với nước ngoài và nhận về: 107 bản các loại tạp chí nước ngoài (60 bản của các nước TBCN và 47 bản các nước XHCN).

### 12. KINH PHÍ

Tổng kinh phí năm 1986 là 1.327.300 đồng trong đó

- Lương và phụ cấp 547.494 đ
- Nghiên cứu khoa học 417.806 đ
- Chi cho bộ máy 200.000 đ
- Đào tạo WCS 162.000 đ



NGHIÊN CỨU THUẬT TOÁN VÀ ỨNG DỤNG CÁC BỘ  
CHƯƠNG TRÌNH VÊ TỐI ƯU HÓA.

Chủ nhiệm: GS1 - PTS Trần Vũ Thiệu

Bổ tài được xây dựng với những nội dung nghiên cứu như sau:

- Xây dựng các thuật toán mới giải các bài toán tối ưu toàn cục phi tuyến, tập trung chú ý các bài toán lồi đảo, qui hoạch Lipschitz, qui hoạch d-c ... Cải tiến các thuật toán hiện có cho hiệu quả hơn.

- Tiến hành thử nghiệm các thuật toán đã xuất trên máy tính (chủ yếu trên máy vi tính).

- Xây dựng mới, bổ sung, hoàn chỉnh và đưa vào sử dụng bộ chương trình ứng dụng về tối ưu hóa trên máy vi tính, phục vụ cho việc giải các bài toán thực tiễn ở nước ta.

Theo các hướng nghiên cứu trên đã có những kết quả sau đây:

1. Các nghiên cứu cơ bản.

Theo hướng xây dựng các thuật toán mới, đã xét bài toán tìm cực tiểu của hàm đa thức trên đa diện lồi và nêu thuật toán giải. Ý chính của phương pháp là biến đổi phi tuyến hàm mục tiêu và dùng tích phân của hàm sau khi biến đổi để xấp xỉ lời giải bài toán ban đầu. Thuật toán cũng có thể áp dụng cho mọi bài toán với điều kiện là có thể tính được tích phân của hàm mục tiêu cũng như của các lũy thừa của nó. Các thuật toán cùng loại trước đó chỉ xét bài toán trên siêu hợp.

Các bài toán tối ưu với hàm ràng buộc Lipschitz cũng được quan tâm nghiên cứu. Bằng cách sử dụng phép biến đổi các ràng buộc Lipschitz thành một ràng buộc d-c. Có thể đưa ra bài toán tìm cực tiểu của một hàm lồi với ràng buộc Lipschitz về bài toán qui hoạch lồi với một ràng buộc lồi đảo bổ sung. Nếu bài toán ban đầu thỏa mãn điều kiện chính qui thì bài toán dẫn xuất là ổn định và có thể giải nó theo các thuật toán đã có cho bài toán lồi đảo. Cách tiếp cận này cho phép phân rã một qui hoạch Lipschitz thành một dãy bài toán dễ xử lý hơn tìm cực tiểu hàm lồi toàn phương trên đa diện.

Cùng với hướng xây dựng các thuật toán mới, còn có những nghiên cứu nhằm làm sâu sắc và cải tiến các thuật toán hiện có. Đã nêu ra một lớp hàm phạt chính xác mới có nhiều ưu điểm mà các kiểu thuật toán hàm phạt cũ không có như: không làm mất tính khả vi của bài toán, cũng như một số nét đặc thù riêng của bài toán (tính tách biến, tính toàn phương của hàm mục tiêu ..) Các thuật toán chia nón trước đây giải qui hoạch tối ưu toàn cục chủ yếu dựa trên thủ tục chia đôi các nón, để nhằm cải tiến tốc độ hội tụ của các thuật toán loại này đã nêu ra một lớp thủ tục chia nón mới thỏa mãn các điều kiện hội tụ, theo thủ tục này số nón con được chia ra ở mỗi bước thay đổi từ 2 đến  $n$  tùy theo nón được chia. Qua tính toán thử nghiệm cho thấy thủ tục chia nón mới thực sự có cải tiến hơn so với thủ tục "chia đôi" trước đây. Một số kết quả đáng chú ý nữa là việc giải bài toán định tâm thiết kế, một trong những bài toán thực tế hiện rất được quan tâm nghiên cứu ở ngoài nước: trường hợp miền ràng buộc cho bởi các hàm Lipschitz bài toán có thể qui về một dãy các bài toán qui hoạch toàn phương lõm, còn nếu miền ràng buộc có cấu trúc đa diện (bài toán "kim cương") đã xây dựng được các công thức tính toán chi tiết để giải bài toán.

Ngoài các nghiên cứu về thuật toán, cũng đã có thêm một số kết quả nghiên cứu mới về tính chất của điều tối hạn của các hàm Lipschitz: mở rộng định lý Sard cho ánh xạ Lipschitz địa phương và áp dụng nó để xây dựng khái niệm bậc của ánh xạ Lipschitz địa phương; về bất đẳng thức biến phân và tựa biến phân: đã thiết lập được các tiêu chuẩn tồn tại và ổn định nghiệm với các giả thiết nhẹ hơn so với trước đây, các tiêu chuẩn đã xuất dễ dàng được áp dụng vào các bất đẳng thức biến phân thường gặp và vào một số vấn đề của vật lý toán.

## 2. Về xây dựng chương trình máy tính.

Đã hoàn chỉnh việc xây dựng và thử nghiệm bộ chương trình giải qui hoạch lõm viết bằng ngôn ngữ BASIC cho máy Apple II. Đây là bộ chương trình ban đầu về tối ưu toàn cục phi tuyến trên máy vi tính Apple II. Bộ chương trình cho phép giải các lớp mô hình bài toán tối ưu với hàm mục tiêu lõm sau đây: tìm cực tiểu toàn cục của một hàm lõm với các ràng buộc tuyến tính, qui hoạch

lớn với các biển cố ràng buộc hai phía, bài toán sản xuất vận tải lớn, phân rã bài toán qui hoạch lớn cỡ lớn bằng cách kết hợp qui hoạch lớn với qui hoạch tuyến tính, bài toán qui hoạch song tuyến tính và bài toán bù tuyến tính.

Bộ chương trình này là sự tiếp tục bổ sung cho các bộ chương trình về qui hoạch và tối ưu đã lập trước đây trên máy vi tính Apple II. Một điều đáng chú ý là các chương trình được lập theo những thuật toán đã được cải tiến, có hiệu quả do các cán bộ nghiên cứu tham gia đề tài đề xuất. Các chương trình đã được thử nghiệm kỹ với nhiều ví dụ bằng số cụ thể, có thể sử dụng chúng trong nghiên cứu cũng như trong ứng dụng thực tiễn (chương trình phân rã qui hoạch lớn được dùng có kết quả để giải bài toán về qui hoạch điện)... Các bộ chương trình tiếp theo về tối ưu toàn cục phi tuyến sẽ đề cập đến việc giải các bài toán với ràng buộc lồi đảo, qui hoạch d-c ...

Ngoài ra, để nhu cầu giải các bài toán thực tế cụ thể, cũng đã xây dựng và đưa vào sử dụng các chương trình chuyên dụng như: chương trình điều tầu vào cảng, chương trình tối ưu hóa mạng ống nước.

### 3. Về ứng dụng thực tiễn.

Bên cạnh các nghiên cứu cơ bản, cũng đã tiến hành một số nghiên cứu ứng dụng nhằm đưa các công cụ tối ưu vào giải quyết một số vấn đề vận tải, qui hoạch hệ thống điện, mạng cấp thoát nước. Theo hướng này đã đạt được các kết quả sau:

- Đã hoàn chỉnh và đưa vào áp dụng có kết quả trong thực tiễn thuật toán phân rã giải bài toán qui hoạch lớn cỡ lớn này sinh từ các tính toán cân bằng điện năng.

- Đã xây dựng một mô hình đơn giản cho bài toán điều tầu chủ đầu của nước ngoài vào các cảng Việt nam dỡ hàng nhằm tiết kiệm tiền phạt ngoại tệ. Từ đó, đề xuất một phương pháp giải chính xác dựa trên cơ sở kết hợp tư tưởng nhánh cận với duyệt toàn bộ. Các kết quả tính toán đã được cơ sở đặt hàng nghiệm thu và đưa vào vận dụng trong thực tiễn.

- Đang thử nghiệm ứng dụng công cụ tối ưu toán học trong xây dựng mạng ống cấp thoát nước cho thành phố Hà Nội.

THUẬT TOÁN VÀ BỘ CHƯƠNG TRÌNH CHUYÊN DỤNG  
VỀ VẬT LÝ TOÁN DỤNG CHO CÔNG TÁC QUY HOẠCH VÀ SU  
DUNG TẠI NGUYỄN THIỆN NHIỆN

Chủ nhiệm: GS1, PTS Trần Gia Lịch

I. Các kết quả nghiên cứu lý thuyết:

1. "Một số vấn đề toán học của bài toán tính dòng chảy không dừng một chiều".

Đã chỉ ra cách chọn điều kiện biên để bài toán có duy nhất nghiệm, đề nghị một cách tìm nghiệm đơn giản tại từng điểm riêng biệt của hệ sông, chứng minh sự ổn định của một sơ đồ sai phân ẩn và sự không tích lũy sai số của phép truy đuổi.

Kết quả này có thể giúp cho các cán bộ nghiên cứu thủy lực đạt kết quả tốt trong tính toán dòng chảy một chiều, in luật trên hệ thống sông, kênh hồ.

2. "Một số vấn đề toán học của bài toán tính ô nhiễm một chiều".

Kết quả tồn tại duy nhất nghiệm, chứng minh sự ổn định của một sơ đồ sai phân ẩn, sự không tích lũy sai số của phép truy đuổi và tính chất dương của nghiệm bằng số của phương trình khuếch tán.

Kết quả này giúp cho các kỹ sư, các cán bộ nghiên cứu trong tính toán ô nhiễm bản, nhiễm mặn, chua trên hệ sông, kênh hồ.

3. "Tính áp lực lên cửa van hai chiều đóng".

Trình bày một thuật toán giải bài toán hai chiều đóng tính áp lực lên cửa van. Đây là một bài toán khó đã và đang được nhiều nhà khoa học trên thế giới quan tâm nghiên cứu.

Kết quả này có thể giúp cho các kỹ sư, các cán bộ kỹ thuật trong tính toán thiết kế các công ngăn nước.

4. "Tính nước dâng bão bằng phương pháp đặc trưng"  
(đây là kết quả chung với các cán bộ Viện cơ học).



Trình bày thuật toán đặc trưng và kết quả tính nước dâng trong bể. Kết quả này có thể giúp ích cho các cán bộ nghiên cứu thủy động học điện.

5. Hoàn chỉnh kết quả năm trước, viết lại thành bài báo: "Tính sóng gián đoạn bằng phương pháp sai phân với lưới thay đổi", đã gửi đăng ở Ba lan. Kết quả này có thể giúp cho các cán bộ kỹ thuật dự đoán sơ bộ tình hình thủy lực, dòng chảy trên sông nồm đập bi vớ.

Ngoài ra đang tiếp tục nghiên cứu, hoàn chỉnh các thuật toán và các bộ chương trình giải các bài toán: "Tính dòng chảy phân tầng mất độ hai chiều đứng" và "Tính dòng chảy không dừng hai chiều bằng phương pháp sai phân với lưới tam giác".

#### 1. Công tác ứng dụng.

Tiếp tục thực hiện và hoàn thành hai hợp đồng nghiên cứu khoa học kỹ với Bộ Điện lực.

1. "Tính áp lực, vận tốc của nước va trong ống dẫn và độ gia tăng số vòng quay của máy phát điện".

Đã hoàn thiện thuật toán bộ chương trình bằng ngôn ngữ BASIC, tính trên máy tính apple 2 và đã tính cho nhiều phương án: ống dẫn đơn rẽ đôi, rẽ ba, rẽ nhánh, đạt kết quả tốt.

Hợp đồng đã được nghiệm thu vào tháng 8/1986, được phía kỹ thuật chấp nhận và đánh giá tốt.

Đã viết thành báo cáo khoa học, lưu tại thư viện Viện Toán. Kết quả này có thể đóng góp nhiều trong việc thiết kế các nhà máy thủy điện.

2. "Tính sóng gián đoạn khi vỡ đập Trị An".

Nhóm cán bộ thực hiện hợp đồng đã hoàn thiện thuật toán, bộ chương trình bằng ngôn ngữ Fortran và đã tính trên máy phillip các phương án của thực tiễn. Song hợp đồng còn chưa được nghiệm thu vì các lý do về thủ tục nghiệm thu. Hiện nay nhóm đang thực hiện tính toán thêm cho phương án mới: khi vỡ đập Hòa Bình

Kết quả này giúp cho các nhà thiết kế, các nhà quản lý kinh tế có thể sơ bộ dự đoán hậu quả của sự cố vỡ đập, để có biện pháp đề phòng.

Công tác với Viện nghiên cứu khoa học thủy lợi nghiên cứu thuật toán và xây dựng bộ chương trình tính áp lực lên cửa van. Đã tính thử cho ba phương án mẫu. Các kết quả tính toán cho thấy thuật toán ổn định, phù hợp với đo đạc (sai số dưới 10 %) và đã được các cán bộ kỹ thuật chấp nhận, đánh giá tốt.

Kết quả này có thể giúp ích cho các cán bộ, kỹ sư thiết kế các công ngăn nước.

**NGHIÊN CỨU VÀ KHAI THÁC CÁC BỘ CHƯƠNG TRÌNH VỀ THỐNG KÊ TOÁN HỌC.**

Chủ nhiệm: GS-TS Trần Mạnh Tuấn

1) Bổ sung và hoàn chỉnh bộ chương trình SPPC về thống kê toán học.

SPPC (Statistical Package for Personal Computers) được chúng tôi xây dựng từ năm 1984 bằng ngôn ngữ BASIC gồm những chương trình mẫu cơ bản của thống kê ứng dụng như hồi quy đơn hồi quy bội, hồi quy từng bước, các phân phối xác suất hay gặp v.v...

Trong năm 1985, SPPC có thêm các chương trình về phân tích chuỗi thời gian theo phương pháp Boy-Jenkins. Năm 1986, SPPC được bổ sung 10 chương trình mới về phân tích số liệu (Exploratory Data Analysis - EDA). Đó là các chương trình biểu diễn số liệu dưới dạng thân và lá, biểu diễn dưới dạng chữ, biểu đồ dạng hộp, hồi quy ổn định, san bằng ổn định, v.v...

Các phương pháp phân tích số liệu (EDA) theo trường phái J. Tukey (Mỹ) đã có từ những năm 1960, song đối với chúng ta vẫn còn là mới. Để tài mời giáo sư Hampel, F. (Thụy sĩ) giảng chuyên đề này cho các cán bộ nghiên cứu, ứng dụng và giảng dạy thống kê toán học. Việc bổ sung các chương trình trên vào bộ SPPC sẽ tạo điều kiện thuận lợi để vận dụng các phương pháp của trường phái J. Tukey vào những vấn đề xử lý số liệu cụ thể nhằm phân tích và rút ra những kết luận có cơ sở khoa học. Bộ

chương trình này đã được một số cơ quan sử dụng như: Cục bảo vệ thực vật, Cục Dự báo khí tượng thủy văn, Viện Khoa học kỹ thuật nông nghiệp.

2) Biên soạn 3 tiêu chuẩn Việt nam về thống kê ứng dụng đồng thời đồng góp ý kiến cho việc biên soạn 11 tiêu chuẩn khác.

Các cán bộ của đề tài đã trực tiếp biên soạn 3 tiêu chuẩn sau:

- Qui tắc đánh giá tính bất thường của quan sát.
- Phân tích phương sai.
- Độ lặp lại và độ tái lập của các phương pháp thử.

Các tiêu chuẩn Việt nam trên sẽ được Tổng cục đo lường, tiêu chuẩn, chất lượng ban hành trong năm 1987 nhằm phổ biến rộng rãi các phương pháp thống kê phục vụ cho việc nâng cao chất lượng các sản phẩm tiêu dùng và xuất khẩu.

#### GIẢI TÍCH PHI TUYẾN VÀ ỨNG DỤNG

Chủ nhiệm: GS-TS Phạm Hữu Sách

Các kết quả mới trong năm 1986 tập trung vào các vấn đề:

##### I. Giải tích đa trị và điểm bất động.

Khái niệm ánh xạ đa trị đã được đề xuất và nghiên cứu trên thế giới từ nhiều năm nay nhằm mở rộng về mặt lý thuyết các kết quả đã biết cho ánh xạ đơn trị và thể hiện khả năng áp dụng trong nhiều ngành toán học khác. Các cán bộ trong hướng này tập trung nghiên cứu tính chất khả vi, tính đo được, sự tồn tại điểm bất động của các ánh xạ đa trị và các ứng dụng trong các bài toán tối ưu, phương trình tích phân và vi phân đa trị. Cụ thể:

1. Đưa ra một khái niệm mới về đo hàm của ánh xạ đa trị bao gồm nhiều định nghĩa đã biết và sử dụng để thiết lập các định lý ánh xạ trên, các định lý hàm ẩn đa trị và nguyên lý tựa cho một lớp các bài toán tối ưu tổng quát có tham gia ánh xạ đa trị.

2, Xác lập sự tồn tại nghiệm toàn cục của bao hàm thực vi phân  $\dot{x} \in \text{Extr } F(t, x)$  (tập các điểm cực biên của  $F(t, x)$ ). Kết đặc

biết của bao hàm thức đó là về phải không lỗi, không nhất thiết đúng, nên vấn đề tồn tại nghiệm không thể suy được từ những kết quả đã biết.

3. Đã thu được một định lý điểm bất động ngẫu nhiên cho ánh xạ loại co, không nhất thiết liên tục. Đây là dạng ngẫu nhiên của định lý điểm bất động Ciric, một vấn đề khá lý thú mà trước đây nhiều tác giả khác chưa giải quyết được.

## II. Lý thuyết trò chơi, các bài toán tối ưu và điều khiển.

Đây là hướng phát triển mạnh mẽ trên thế giới và cũng thu hút nhiều cán bộ thuộc đề tài. Các bài toán về trò chơi và điều khiển chủ yếu được tiến hành theo hướng của trường phái Pontriagin (Liên xô) nhưng có những nét mới phức tạp hơn thể hiện ở các ràng buộc hỗn tạp (dạng hình học và dạng tích phân) trong trò chơi vi phân, ở thông tin trạng thái và ma trận có cấu trúc phức tạp trong các trò chơi sai phân hoặc ở lớp phương trình động lực có dạng vi-sai phân hỗn hợp.

Về lý thuyết tối ưu đã tập trung nghiên cứu các điều kiện đủ cấp 1 và cấp 2 cho các bài toán minmax với rạc  $f_1(x) \rightarrow \min$  trong không gian Banach với một số ràng buộc mà trước đây mới chỉ có kết quả cùng loại cho một hàm hoặc trong không gian hữu hạn chiều. Ngoài ra đã xây dựng thuật toán theo "đạo hàm xấp xỉ" để giải bài toán cực trị Lipschitz không lỗi.

## III. Tôpô - Giải tích hàm.

1. Đã đưa ra khái niệm về tập lõi trong không gian các hàm đo được và chứng minh rằng mọi tập lõi không compac địa phương trong không gian các hàm đo được đều đồng phôi với một không gian Hilbert. Từ đây suy ra một kết quả đã biết là nếu  $0 < p < 1$  thì  $L_p$  đồng phôi với  $L_2$ .

2. Đã áp dụng cấu trúc hình hộp Menger để nhận một số tính chất mới của độ đo Borsuk. Chẳng hạn, tính chất sau đây là khá bất ngờ: với mọi  $\xi > 0$  đều tồn tại hai tập hợp phủ được hình hộp đơn vị trong  $R^n$  với tổng độ đo Borsuk nhỏ hơn  $\xi$ .

biết của bao hàm thức đó là về phải không lỗi, không nhất thiết đúng, nên vấn đề tồn tại nghiệm không thể suy được từ những kết quả đã biết.

3. Đã thu được một định lý điểm bất động ngẫu nhiên cho ánh xạ loại co, không nhất thiết liên tục. Đây là dạng ngẫu nhiên của định lý điểm bất động Ciric, một vấn đề khá lý thú mà trước đây nhiều tác giả khác chưa giải quyết được.

## II. Lý thuyết trò chơi, các bài toán tối ưu và điều khiển.

Đây là hướng phát triển mạnh mẽ trên thế giới và cũng thu hút nhiều cán bộ thuộc đề tài. Các bài toán về trò chơi và điều khiển chủ yếu được tiến hành theo hướng của trường phái Pontriagin (Liên Xô) nhưng có những nét mới phức tạp hơn thể hiện ở các ràng buộc hỗn tạp (dạng hình học và dạng tích phân) trong trò chơi vi phân, ở thông tin trạng thái và ma trận có cấu trúc phức tạp trong các trò chơi sai phân hoặc ở lớp phương trình động lực có dạng vi-sai phân hỗn hợp.

Về lý thuyết tối ưu đã tập trung nghiên cứu các điều kiện đủ cấp 1 và cấp 2 cho các bài toán minmax rồi rạc max  $f_1(x) \rightarrow \min$  trong không gian Banach với một số ràng buộc mà trước đây mới chỉ có kết quả cùng loại cho một hàm hoặc trong không gian hữu hạn chiều. Ngoài ra đã xây dựng thuật toán theo "đạo hàm xấp xỉ" để giải bài toán cực trị Lipschitz không lỗi.

## III. Tôpô - Giải tích hàm.

1. Đã đưa ra khái niệm về tập lỗi trong không gian các hàm đo được và chứng minh rằng mọi tập lỗi không compac địa phương trong không gian các hàm đo được đều đồng phôi với một không gian Hilbert. Từ đây suy ra một kết quả đã biết là nếu  $0 < p < 1$  thì  $L_p$  đồng phôi với  $L_2$ .

2. Đã áp dụng cấu trúc hình hộp Menger để nhận một số tính chất mới của độ đo Borsuk. Chẳng hạn, tính chất sau đây là khá bất ngờ: với mọi  $\varepsilon > 0$  đều tồn tại hai tập hợp phủ được hình hộp đơn vị trong  $R^n$  với tổng độ đo Borsuk nhỏ hơn  $\varepsilon$ .

PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN ĐẠO HÀM RIÊNG VÀ  
GIẢI TÍCH SỐ

Chủ nhiệm: TS Trần Đức Văn

Trong năm 1986 các cán bộ tham gia nghiên cứu đề tài đã đạt những kết quả khoa học sau đây:

- Đã nhận được những kết quả định tính và đưa ra một số phương pháp số để giải bài toán Cauchy cho hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng với một tách biên, bài toán biên trong dải vô hạn.

- Chứng minh định lý về sự tồn tại và duy nhất nghiệm đối với một lớp bài toán biên giả vi phân phi tuyến trong không gian Sobolev không đối. Đã nhận được những đánh giá tiên nghiệm và định lý về độ trơn của nghiệm một lớp bài toán không elliptic.

- Chứng minh định lý về sự hội tụ và duy nhất nghiệm bài toán Cauchy cho hệ vô hạn các phần tử gắn liền với nhau bằng các quan hệ nhất định phi tuyến. Bước đầu ứng dụng phương pháp của Maslov để nghiên cứu các phương trình vi phân phi tuyến với tham số bé.

- Nhận được một điều kiện cần mới về tính hypoelliptic của phương trình vi phân cấp 2 có phần đặc trưng đối dấu: hàm số đặc trưng cho sự suy biến không thể đồng nhất bằng không trên mặt suy biến.

- Chứng minh các định lý những các không gian hàm cấp vô hạn trong trường hợp các hàm số xác định trên  $R, T$ . Nghiên cứu về tính giải được của các bài toán biên cho phương trình vi phân cấp vô hạn trong các miền vô hạn.

- Đã phát triển phương pháp Seidel - Newton để giải một lớp phương trình toán tử trong không gian siêu metric và chứng minh tính hệ chặn đều của dãy lặp với nhiều.

GIẢI TÍCH NGẪU NHIÊN VÀ ỨNG DỤNG TRONG  
CÁC BÀI TOÁN LỘC VÀ ĐU BAO

Chủ nhiệm: TS Nguyễn Văn Thu

1. Các định lý giới hạn.

Đã đưa ra khái niệm mới có tầm khái quát rộng là các phân phối xác suất tự phân hủy nhiều lần và thành công trong việc hoàn chỉnh phương pháp đạo hàm để tìm biểu diễn Levy - Khinchin của các phiếm hàm đặc trưng tự phân hủy trên không gian lồi địa phương. Đây là hướng tiếp cận thống nhất của các lý thuyết tự phân khác nhau. Đặc biệt, qua việc đưa ra khái niệm tự phân hủy khái niệm tự phân cơ đã được mở rộng cho các không gian lồi địa phương và cho các quá trình điếm. Khái niệm tự phân hủy đang được một số chuyên gia ở Nagoya (Nhật) và Wrocław (Ba Lan) tìm hiểu và đánh giá cao.

Những định lý giới hạn cho các tổng chuẩn của các biến ngẫu nhiên độc lập tập trung ở các vấn đề như miền hấp dẫn của các luật khả phân vô hạn, các phân phối phổ dụng, miền nửa hấp dẫn của các phân phối nửa ổn định trên không gian lồi địa phương. Các kết quả đạt được đã bao trùm nhiều kết quả của các tác giả khác và làm phong phú thêm lý thuyết về các định lý giới hạn. Hơn nữa, khái niệm mới "miền nửa hấp dẫn của các phân phối xác suất nửa ổn định" cũng là khái niệm hay về hấp dẫn thật sự đối với những người quan tâm.

Một phần khác của lý thuyết các định lý giới hạn bao gồm các kết quả liên quan đến định lý giới hạn trung tâm cho các biến ngẫu nhiên phụ thuộc và các đánh giá trung bình cộng của các biến ngẫu nhiên thỏa mãn điều kiện trộn. Những phần ví dụ và những ứng dụng cũng định được đưa ra để chứng tỏ các đánh giá đó là tốt.

2. Mác-tin-gan và tích phân ngẫu nhiên.

Đã chứng minh định lý biểu diễn tuyến tính các mác-tin-gan trong  $L^2$  và ứng dụng để nghiên cứu các quá trình ngẫu nhiên có

tính chất dự báo tuyến tính, đặc biệt là các quá trình dừng mạnh. Mặt khác, khi nghiên cứu về các toán tử khả tổng và các mác-tin-gan tiệm cận nhiều điều kiện hình học của không gian lồi địa phương đã được xác định để đặc trưng một số tính chất của mác-tin-gan tiệm cận bậc hữu hạn. Các kết quả liên quan đến các quá trình ngẫu nhiên đa trị như sự hội tụ và tính chính qui của các mác-tin-gan đa trị đã được ứng dụng để nghiên cứu các tính chất của không gian giá trị và giải quyết bài toán xấp xỉ tốt nhất trong không gian  $L^1_X$ . Những kết quả này là tiền đề để xây dựng lý thuyết giải tích ngẫu nhiên đa trị bao gồm: tích phân ngẫu nhiên đa trị, các phương trình vi tích phân đa trị v.v...

Việc nghiên cứu khai triển Taylor cho các mác-tin-gan và Seminác-tin-gan hai chỉ số theo hướng tiếp cận của Platen (cho trường hợp một chỉ số) đã thu được những kết quả sâu sắc. Đặc biệt, khái niệm vi phân Ito bậc cao đã được đưa ra và ứng dụng để đánh giá sự hội tụ của các khai triển Taylor ngẫu nhiên nhiều chỉ số.

#### HỌT SƠ VÀN ĐỀ CHỌN LỌC CỦA ĐẠI SƠ VÀ LÝ THUYẾT SƠ

Chủ nhiệm: GS-TS Hà Huy Khoái

Tập trung nghiên cứu các phương pháp: Giải tích p-adic, Vành Cohen - Macaulay suy rộng, cấu trúc vành Artin. Đã nhận được các kết quả chính sau đây:

##### 1. Giải tích P-adic.

Tiếp tục nghiên cứu về các hàm giải tích p-adic: các vấn đề về nội suy, tính chất hình học, phân phối giá trị. Đã thu được những kết quả đầu tiên về lý thuyết hàm đơn điệu p-adic, Những kết quả đó chứng tỏ rằng, mặc dù cấu trúc của trường  $C_p$  khác hẳn trường phức  $C$ , nhiều kết quả quan trọng của lý thuyết hàm đơn điệu điển số phức vẫn còn đúng trong trường hợp p-adic (chẳng hạn, giả thuyết nổi tiếng của Bieberbach). Những kết quả



nhận được trong những năm trước đây về nói suy các hàm giải tích trong đĩa đơn vị của trường  $C_p$  đã được mở rộng cho trường hợp các chuỗi Laurent  $p$ -adic. Chứng minh được công thức ngược của biến đổi Mellin - Mazur  $p$ -adic nhiều chiều. Những kết quả kể trên nằm trong một chương trình lâu dài nhằm xây dựng một lý thuyết hệ thống và đầy đủ về các hàm giải tích và phân hình  $p$ -adic, cũng như những quan hệ của chúng với các hàm số học.

## 2. Vành Cohen - Macaulay suy rộng.

Đã biểu diễn được nhóm các lớp divisor của đại số Rees qua nhóm các lớp divisor của vành cơ sở. Việc mở rộng nghiên cứu ra cho các lọc của vành Krull đã bao quát được nhiều cấu trúc hiện đang được chú ý. Đã mở rộng được một số kết quả về ideal các định thức cực đại có chứa các cột của một ma trận con (trước đây chứng minh rất phức tạp). Đưa ra những quan hệ giữa chỉ số chính quy và số mũ rút gọn, từ đó rút ra những ứng dụng để nghiên cứu tính bất biến của số mũ rút gọn và bậc phương trình định nghĩa vành phân bậc. Một kết quả đáng chú ý trong phương hướng này là việc áp dụng lý thuyết Castelnuovo cổ điển để đưa ra chặn trên bậc phương trình định nghĩa đa tạp Cohen-Macaulay số học. Các kết quả thu được đã mở rộng về chất một số kết quả của các tác giả khác trước đây và giải thích được một số hiện tượng về các đa tạp Cohen-Macaulay số học với bậc phương trình định nghĩa cực đại.

3. Cấu trúc vành Artin: Tiếp tục các nghiên cứu trước đây về cấu trúc vành Artin. Đưa ra một lớp vành mới (DPS - vành) có tính chất:  $R \in (DPS)$  nếu mỗi  $R$ -môđun cyclic là tổng trực tiếp của một môđun xạ ảnh và một môđun nửa đơn. Đã mô tả cấu trúc của các vành có tính chất như vậy. Một phương hướng khác là nghiên cứu ảnh hưởng của lực lượng một vành đến tính chất đại số của nó. Đây là vấn đề được quan tâm nghiên cứu trong những năm gần đây. Các kết quả nhận được cho phép mô tả vành Artin khác phải  $R$  dưới dạng tổng trực tiếp của một vành artin nửa đơn và một vành hữu hạn nếu cần Jacobson  $J(R)$  hữu hạn, hoặc có cardinal bằng card  $J(R)$  nếu  $J(R)$  vô hạn.

TOPO HÌNH HỌC VÀ CÁC ỨNG DỤNG TRONG VẬT LÝ  
CƠ HỌC

Chủ nhiệm: PTS Đỗ Ngọc Diệp

Mục đích của đề tài là nghiên cứu các cấu trúc mới của Tôpô và hình học; trên cơ sở đó nghiên cứu các ứng dụng trong một số vấn đề của vật lý và cơ học như: Siêu đối xứng, lý thuyết trường lượng tử, sóng phi tuyến ...

Đề tài đã triển khai các nghiên cứu theo các hướng chính là Giải tích điều hòa và tôpô đại số, lý thuyết kỳ dị, và hình học đại số cùng với các ứng dụng trong vật lý và cơ học.

1. Giải tích điều hòa và Tôpô đại số.

- Tiếp tục nghiên cứu các đề tài lượng tử nhiều chiều và các ứng dụng trong lý thuyết biểu diễn nhóm Lie. Trên cơ sở các kết quả của các năm trước và một số thành tựu gần đây về lý thuyết toán tử tích phân Fourier, đã xây dựng một cách tiếp cận mới vấn đề lượng tử nhiều chiều thông qua tích phân đường Feynman và toán tử tích phân Fourier trên nhóm Lie.

- Nghiên cứu một cấu trúc mới của Giải tích và Hình học là Hình học vi phân không giao hoán. Đã thu được một kết quả mô tả cấu trúc của phân lá Reeb trên xuyên đặc ba chiều. Trên cơ sở đó đã đưa ra hệ chính tắc các bất biến xác định cấu trúc của  $C^{\infty}$  đại số kiểu I bất kỳ.

- Tiếp tục nghiên cứu phương pháp quỹ đạo, thu được một kết quả mô tả tương minh hình học các quỹ đạo của nhóm kim cương và chỉ ra rằng các quỹ đạo chiều cực đại lập thành một phân lá đo được theo nghĩa A. Connes.

- Nghiên cứu một phương pháp mới của Giải tích điều hòa là lý thuyết chuỗi Eisenstein, chứng minh được sự hội tụ theo tổng trực tiếp của dãy phổ Hochschild-Serre cho đối đồng điều giá compac, hệ số trong biểu diễn unita chiều tùy ý của nhóm con parabolic.

- Tiếp tục nghiên cứu đối đồng điều của không gian cầu hình hệ B. Sử dụng phép nhúng tự nhiên của không gian cầu hình hệ A vào không gian cầu hình hệ B, đã mô tả được cấu trúc đại số của đối đồng điều hệ số  $Z_2$  của không gian cầu hình hệ B.

- Việc nghiên cứu đối đồng điều của không gian tôpô liên hệ chặt chẽ với nghiên cứu các bất biến môđun. Đã thu được một kết quả mô tả hệ đầy đủ và cấu trúc nhân của đại số các bất biến môđun ứng với cặp p-nhóm con Sylow trong  $GL_n(F_q)$ .

## 2. Lý thuyết kỳ dị.

Tiếp tục nghiên cứu kỳ dị tại vô cùng. Đã đặc trưng được tính cô kỳ dị tại vô cùng qua sự tồn tại các chu trình và nửa chu trình tàn lui và chứng minh được rằng giá trị riêng của đơn đạo thuộc căn của đơn vị.

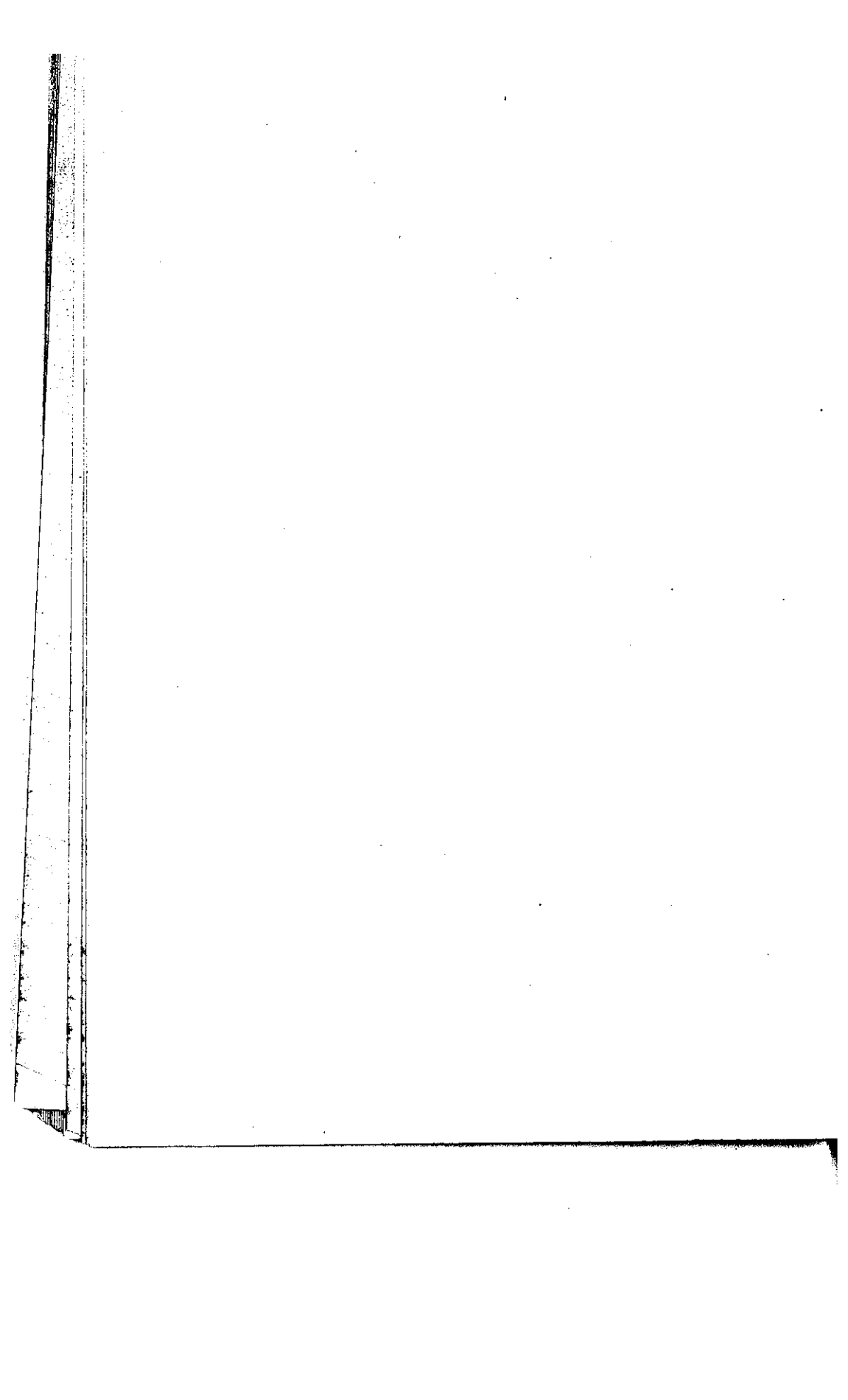
- Tiếp tục nghiên cứu các tính chất của hệ hólônôm. Chứng minh được rằng đối ảnh của toán tử toa độ trên hệ hólônôm với một số điều kiện về tính tổng quát trên đa tạp đặc trưng cũng là hólônôm.

- Tiếp tục nghiên cứu các hệ vi mô vi phân số chiều thấp. Thu được một kết quả cho phép đặc trưng các hệ vi mô vi phân không đặc trưng mà các ma trận của dạng rút gọn là cấp hai, theo cấp của các nhánh và đối giao giữa chúng.

- Bước đầu nghiên cứu mối liên hệ giữa lý thuyết kỳ dị và số học. Đưa ra một liên hệ sơ khai giữa kỳ dị ở vô cùng và chuỗi Dirichlet.

- Hoàn thiện một số kết quả về quang hình học và kỳ dị ở caustic, chuẩn bị bảo vệ một luận án phổ tiến sĩ khoa học ở Liên xô.

Một số tính chất hình học của các đa tạp đại số được nghiên cứu thông qua đại số giao hoán. Đã thu được một số tính chất quan trọng của các đa tạp Cohen-Macaulay số học về đại số Rees và đại số Hodge liên quan tới các idêan các định thức cực đại, số mũ rút gọn và bậc của phương trình định nghĩa vành phân bậc.



\* Đã hoàn thành các việc sau:

a/ phân tích bước đầu các nhiệm vụ cơ bản

b/ Hình thành sơ đồ khối mô tả hệ quản lý (B.C.Cường)

3. Xây dựng mô hình mô phỏng bài toán tổ hợp tối ưu

- Đã có một báo cáo khoa học.

→ Đã ký một hợp đồng nghiên cứu

+ Ký với Viện Quy hoạch và thiết kế thủy lợi.

+Tri giá: 20.000 đ

+ Đã hoàn thành: Xây dựng xong mô hình và chạy thử 1 ví dụ.

### 3. Một số vấn đề toán học của lý thuyết hệ.

Đã tập trung nghiên cứu tính điều khiển được của các hệ tuyến tính có chặn và có hạn chế trên biên điều khiển. Đã nhận được các điều kiện đủ để kết thúc trò chơi đuổi bắt với rạc và nghiên cứu cấu trúc và các tính chất của miền ổn định. Phương pháp xây dựng các điều khiển trên thông tin của hệ, không cần biết thông tin của người chạy. Việc nghiên cứu cấu trúc miền ổn định khẳng định tính hữu hiệu của phương pháp.

CÁC VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CỦA TIN HỌC

Chủ nhiệm: GS-TS Đỗ Long Văn

Đã thu được các kết quả sau:

1. Ôtômat và ngôn ngữ hình thức: Tập trung vào hướng ngôn ngữ từ vô hạn. Ngôn ngữ từ vô hạn được nghiên cứu xuất phát từ nhu cầu của logic toán khi chứng minh tính giải được của các thuyết cấp 2 hạn chế. Gần đây ngôn ngữ từ vô hạn tỏ ra là một công cụ thích hợp để nghiên cứu đáng điều của các quá trình, đặc biệt là vấn đề đồng bộ hóa các quá trình liên quan đến các cơ chế tính toán và xử lý thông tin song song. Năm qua đã triển khai mạnh những nghiên cứu về ngôn ngữ từ vô hạn trong mối liên hệ với đáng điều của ôtômat và lý thuyết mã. Đã nhận được những kết quả rất cơ bản đặt cơ sở cho việc xây dựng lý thuyết các đa

tạp ngôn ngữ từ vô hạn. Đã đưa ra và khảo sát khái niệm mã nhất nhất đặc trưng là có sự tham gia của tích vô hạn các từ trong định nghĩa của mã. Điều này có ý nghĩa thực tế đối với quá trình giải mã trong thời gian thực. Đã nhận được một số kết quả về đáng điều vô hạn của mạng Petri theo kiểu Buchi, một mô hình toán học của quá trình tính toán và xử lý song song.

2. Về tổ hợp và đồ thị: Lý thuyết tổ hợp và đồ thị chiếm một vị trí quan trọng trong cơ sở Toán học của Tin học. Nhiều vấn đề của tin học như lý thuyết đồ phức tạp tính toán, lý thuyết ô tômat, lý thuyết mạng, lý thuyết lịch biểu, v.v... đã được phát triển nhờ công cụ lý thuyết tổ hợp và ngược lại. Năm qua chủ yếu nghiên cứu một số vấn đề của lý thuyết đồ thị có liên quan chặt chẽ với tin học. Đã tìm được các tính chất và tiêu chuẩn để một đồ thị là  $k$  - liên thông tối thiểu và đề xuất một phương pháp tối thiểu hóa các đồ thị 2 - liên thông. Đóng góp vào việc giải quyết vấn đề König về việc đồ thị hóa các nhóm bậc cầu tối thiểu. Ngoài ra còn thu được một số kết quả về độ dài của các chu trình tựa - Hamilton, về cây bao trùm có tích nhỏ nhất, về lịch biểu flow - shop với công đoạn dương.

3. Cơ sở dữ liệu và lập trình: Một hướng phát triển hiện nay của tin học lý thuyết và ứng dụng là cơ sở dữ liệu nhằm nghiên cứu việc lưu trữ, bổ sung, sử dụng các dữ liệu trên máy tính điện tử. Đã tập trung nghiên cứu các lược đồ quan hệ lập tới hạn và áp dụng để loại trừ phần tử không khóa của lược đồ quan hệ, về quan hệ giữa hàm đóng và bao hàm đóng của lược đồ quan hệ. Các kết quả phục vụ cho việc giảm nhẹ về thời gian trong các thuật toán, đưa các lược đồ quan hệ về dạng chuẩn và nghiên cứu các tính chất của lược đồ quan hệ.

PHỤ LỤC 2

BÁO CÁO KHOA HỌC ĐÃ HOÀN THÀNH  
VÀ LƯU TRỮ TRONG VIỆN TRONG NĂM 1986

1. WP/DMH/86/01. Về bài toán Cauchy của hệ phương trình với một tách biến. (Trần Đức Văn, Đinh Khoa Hào, Trịnh Ngọc Minh)

Đưa vào kỹ thuật toán tử vi phân cấp vô hạn các tác giả đã chứng minh sự tồn tại và duy nhất nghiệm của hệ phương trình toán tử giải vi phân với Symbol giải tích trên miền giới nội  $G$  trong  $R^n$ , trong không gian  $C^k(R^+; W^{+\infty}(G))$  với một tách biến. Cũng dựa vào chính kỹ thuật đó các tác giả đã đưa ra những phương pháp giải gần đúng đơn giản và có hiệu quả cho hệ phương trình này.

2. WP/DMH/86/02. Lượng tử nhiều chiều và toán tử tích phân Fourier (Đỗ Ngọc Diệp).

Chứng minh được rằng đạo hàm hiệp biến của tích phân trực tiếp các biểu diễn unita thu được từ quy tắc lượng tử hình học nhiều chiều ứng với các phân cực của các quỹ đạo ở vị trí tổng quát và nằm trong phủ của một tập mở Zariski trong không gian đối ngẫu của đại số Lie là một bội của biểu diễn Schrödinger của cơ sở Gelfand - Kirillov của thể Lie.

Từ đó, sau khi cải tiến quy tắc lượng tử hình học nhiều chiều, tác giả đã xây dựng quy tắc lượng tử nhiều chiều bằng tích phân đường Feynmann và toán tử tích phân Fourier với hàm pha và hàm biến độ đều nhận những giá trị toán tử.

Kết quả này cho một hướng mới nghiên cứu các bài toán của lý thuyết biểu diễn nhóm Lie bằng tích phân đường Feynman và toán tử tích phân Fourier. Đồng thời nó cũng cho phép trả lời nhiều câu hỏi của lý thuyết toán tử giải vi phân đẳng biến, hệ số bằng toán tử trên đa tạp phân lá thuận nhất, vì dụ sự tồn tại nghiệm cơ bản, tính giải được.

3. WP/DMH/86/03. phân lá tạo thành từ các  $K$  - quỹ đạo chiều cực đại của nhóm kim cương thực (Lê Anh Vũ).

Phương pháp xác định cấu trúc  $C^\infty$ - đại số nhóm bằng số  $K$ -hàm tử thích hợp lần đầu tiên được D.N. Diệp đưa ra trong trường hợp nhóm  $E_7$ . Các phép biến đổi spin của đường thẳng thực. Sau đó được phát triển và hoàn thiện bởi J. Rosenberg



trong trường hợp nhóm (không đơn liên)  $C^2$ . Các phép biến đổi affine của đường thẳng phức và các nhóm Lie giải được chiều không quá 3; bởi G.G. Kasparov cho nhóm Heisenberg  $H_3$  và bởi H.H. Việt cho phủ phổ dụng, C.C, của nhóm biến đổi affine của đường thẳng phức. Từ đó đưa đến hai vấn đề: một mặt, tìm các lớp nhóm mà các K-hàm tử đã biết cho phép mô tả  $C^\infty$ -đại số của chúng, mặt khác, hoàn thiện và phát triển lý thuyết các K-hàm tử để mô tả  $C^\infty$ -đại số cho những lớp nhóm phức tạp hơn.

Phương pháp quỹ đạo Kirillov đã gợi ý cho Đ.N. Diệp đưa ra lớp nhóm MD (tương ứng MD) gồm các nhóm Lie giải được sao cho các K - quỹ đạo của chúng có chiều bằng 0 hoặc cực đại (tương ứng bằng 0 hoặc bằng chiều của nhóm) mà các  $C^\infty$ -đại số của chúng có khả năng mô tả được bằng các KK-hàm tử đã biết. H.H. Việt đã phân loại triệt để lớp nhóm MD và mô tả  $C^\infty$ -đại số của chúng. Lớp MD tuy rất đơn giản về phương diện phân tầng các quỹ đạo nhưng việc phân loại triệt để chúng mới chỉ làm được với hạn chế số chiều không quá 4 (Đào Văn Trà - kết quả chưa công bố). Trong sự phân loại hẹp này trường hợp đẹp đẽ và lý thú nhất chính là nhóm kim cương tức là mở rộng của  $R$  bởi ước chuẩn tắc  $H_3$  với tác động của  $R$  lên tâm của  $H_3$  là tầm thường và lên phần còn lại như là các hyperbol.

Bài này sẽ mô tả tường minh hình học các K - quỹ đạo của nhóm kim cương và sẽ chỉ ra rằng các K - quỹ đạo chiều cực đại lập thành một phân lá đo được theo nghĩa A. Connes.

4. WP/DMH/86/04. Về một bài toán biên giá vi phân phi tuyến (Nguyễn Minh Chương).

Trong bài này, tác giả nghiên cứu một lớp bài toán biên đối với các toán tử vi tích phân kí đi tuyến tính đang Agronovich với về phải phi tuyến. Tác giả đã nhận được định lý về sự tồn tại và duy nhất nghiệm của bài toán biên được đặt ra.

5. WP/DMH/86/05. Bất biến Modular của nhóm  $GL_{2,p}$  trên hai tập biến II (Nguyễn Việt Đông).

Giả sử  $GL_{2,p}$  là  $p$  - nhóm con Sylow của  $GL(2, Z_p)$  gồm các ma trận tam giác trên với 1 trên đường chéo chính. Trong bài báo này, chúng tôi xác định đại số các bất biến của  $(GL_{2,p}, GL_{2,p})$  trong  $E(u_1, u_2; v_1, v_2) \otimes Z_p[x_1, x_2; y_1, y_2]$ .

6. WP/IMH/86/06. Hàm đơn điệp  $p$  - adic (Hà Huy Khoái).

Trong lý thuyết hàm giải tích phức, các hàm đơn điệp đóng vai trò đặc biệt quan trọng. Nhiều bài toán lớn của giải tích phức gắn liền với các hàm đơn điệp, chẳng hạn, giả thuyết Bieberbach nổi tiếng về hệ số hàm đơn điệp mới được giải quyết trong những năm gần đây. Trong giải tích  $p$ -adic, cho đến nay, còn chưa có một lý thuyết về hàm giải tích đơn điệp. Công trình này là cố gắng đầu tiên tìm hiểu các tính chất của hàm giải tích đơn điệp  $p$ -adic. Đặc biệt, cho đánh giá về hệ số hàm giải tích đơn điệp  $p$ -adic (thể hiện các giả thuyết Bieberbach trong trường hợp  $p$ -adic).

Cho  $p$  là số nguyên tố cố định,  $C_p$  là bộ sung của bao đóng đại số của trường các số  $p$  - adic  $Q_p$ . Các định lý chính:

Định lý 1: Hàm  $f(z)$  giải tích đơn điệp trên toàn bộ  $C_p$  khi và chỉ khi nó là hàm tuyến tính:

$$f(z) = az + b, \quad a, b \in C_p, \quad a \neq 0.$$

Định lý 2: Giả sử  $D$  là đĩa đơn vị trong  $C_p$ ,  $f(z)$  là hàm giải tích đơn điệp trong  $D$ , chuẩn hóa bởi điều kiện  $f(0)=0, f'(0)=1$ . Khi đó, nếu  $f(z)$  có khai triển  $f(z) = z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots$  thì  $|a_n| < 1, \forall n \geq 2$ .

Định lý 3: Hàm  $f(z)$  giải tích địa phương trong miền  $T$  của  $C_p$ , đơn điệp trong  $T$ , sẽ biến mọi đĩa nằm trọn trong  $T$  thành đĩa nằm trọn trong  $f(T)$ .

7. WP/IMH/86/07. Chuỗi Dirichlet và đa giác Newton (Lê Văn Thành).

Cho  $P \in C[x, y]$  và  $\beta \in \mathbb{N}^2$ .

Kết chuỗi Dirichlet liên kết với  $(P, \beta)$  (suy rộng của chuỗi dirichlet của hàm  $\zeta$  - Riemann)

$$Z(P, \beta)(s) = \sum_{m,n=1}^{\infty} m^{\beta-1} n^{\beta-1} P(m,n)^{-s}$$

Với giả thiết  $P \in \mathbb{R}_+[x,y]$ , tính thác triển được của chuỗi 2 thành hàm phân hình trên toàn  $\mathbb{C}$  đã được chứng minh bởi Mellin (1900) còn sự phân phối các cực điểm và công thức thặng dư tương ứng thì gần đây được Cassou-Nogues nghiên cứu trong mối liên hệ với lý thuyết kỳ dị. Như vậy giả thiết của Mellin (đòi hỏi  $P$  có các hệ số thực và dương) tỏ ra là vì kỹ thuật và cần phải được giải phóng (ít ra là trong cách nhìn của lý thuyết kỳ dị).

Báo cáo này chỉ theo hướng đó. Kết quả bước đầu mà tác giả nhận được là chứng minh rằng nếu phần chính của  $P$  trên cạnh  $L := f_L(t_1, t_2) = 1$  của đa giác Newton (đối với điểm vô cùng) của nó, thỏa mãn điều kiện Mellin ( $P|_L \in \mathbb{R}_+[x,y]$  và đường thẳng nối 0 với  $\beta$  trong  $\mathbb{R}^2$  có giao khác rỗng với thì thặng dư tại  $f_L(\beta)$  của  $Z(p; \beta)(s)$  và  $Z(P|_L, \beta)(s)$  bằng nhau.

8. WP/DMH/86/09. Về các ngôn ngữ từ vô hạn biểu diễn bởi mạng Petri. (Phạm Trà Ân)

Mạng Petri là mô hình toán học của các hệ tính toán song song. Mục đích của bài báo là nghiên cứu đáng điều vô hạn của các mạng Petri. Chúng tôi nhận được dạng của các ngôn ngữ từ vô hạn biểu diễn bởi mạng Petri.

9. WP/DMH/86/09. Đa tập Monoid hữu hạn và từ vô hạn hai phía (Đỗ Long Vân).

Trong lý thuyết ngôn ngữ từ vô hạn (một phía) đoán nhận bởi ô-tô-mat hữu hạn, Định lý Büchi - McNaughton là cơ sở. Perrin (1982) dùng khái niệm đa tập đã cho một kết quả bao gồm định lý Büchi - McNaughton như một trường hợp riêng. Trong bài này chúng tôi thiết lập kết quả tương tự như kết quả của Perrin cho trường hợp từ vô hạn hai phía.

10. WP/IMH/86/10. Đa tạp các monoid hữu hạn và đa tạp các ngôn ngữ từ vô hạn (Phan Trung Huy, Đỗ Long Văn).

Định lý Eilenberg (1976) có vai trò cơ bản trong lý thuyết đa tạp các ngôn ngữ. Nó đã thiết lập một tương ứng 1-1 giữa lớp các đa tạp monoid hữu hạn và lớp các đa tạp ngôn ngữ từ vô hạn (các  $m$ -đa tạp). Bài này đưa vào khái niệm đa tạp ngôn ngữ từ vô hạn và thiết lập một kết quả tương tự định lý Eilenberg: Tồn tại tương ứng 1-1 giữa lớp các đa tạp ngôn ngữ từ vô hạn.

11. WP/IMH/86/11. Cực tiểu hóa hàm lỗi trên ràng buộc Lipschitz (Phan Thiên Thạch).

Bằng cách biến hệ các ràng buộc Lipschitz về một ràng buộc d.c., chúng ta đưa bài toán cực tiểu hàm lỗi trên ràng buộc lỗi đảo bổ sung. Nếu bài toán ban đầu thỏa mãn điều kiện chính qui, khi đó bài toán dẫn xuất sẽ thỏa mãn điều kiện ổn định, và do đó ta có thể giải nó bằng cách áp dụng phương pháp sẵn có cho bài toán quy hoạch lỗi với một ràng buộc lỗi đảo bổ sung. Cách tiếp cận này cho phép đưa việc giải một bài toán khó, bài toán tối ưu với ràng buộc Lipschitz, về một dãy các bài toán dễ hơn: Cực tiểu hàm toàn phương lõm trên đa diện.

12. WP/IMH/86/12. Đưa bài toán tâm thiết kế về một dãy các bài toán cực tiểu hàm toàn phương lõm với ràng buộc tuyến tính (Phan Thiên Thạch, Hoàng Tuy, Nguyễn Văn Thoai).

Chúng ta xét bài toán tâm thiết kế dưới dạng: Tìm hình lồi lớn nhất  $B$  đồng dạng với một chuyển dịch của một tập lồi compact cho trước  $B_0$  chứa trong một tập compact cố định  $S = \bigcap_{i=1}^m D_i$ , trong đó  $D_i, i = \overline{1, m-1}$  là các tập lồi bù và  $D_m$  là một tập lồi. Trong bài báo chúng ta thiết lập một thuật toán master, quy bài toán ban đầu về một dãy các bài toán cực tiểu hàm toàn phương lõm với ràng buộc tuyến tính. Trong cách tiếp cận này  $B_0$  không nhất thiết là ellipsoid.

13. WP/DMH/86/13. Bộ chương trình về tối ưu toàn cục phi tuyến trên máy vi tính Apple 2 (Trần Vũ Thiệu).

Báo cáo giới thiệu Bộ chương trình đầu tiên về tối ưu toàn cục phi tuyến do tác giả lập và thử nghiệm trên máy vi tính Apple 2. Bộ chương trình này cho phép giải các lớp mô hình bài toán tối ưu với hàm mục tiêu lõm sau đây: tìm cực tiểu toàn cục của một hàm lõm với các ràng buộc tuyến tính, qui hoạch lõm với các biến có ràng buộc hai phía, bài toán sản xuất vận tải lõm, phân rã bài toán qui hoạch lõm cỡ lớn bằng cách kết hợp qui hoạch lõm với qui hoạch tuyến tính, bài toán qui hoạch song tuyến tính, bài toán bù tuyến tính.

Bộ chương trình này là sự tiếp tục bổ sung cho các bộ chương trình về qui hoạch và tối ưu đã lập trước đây trên máy vi tính Apple 2. Một điều đáng chú ý là các chương trình được lập theo những phương pháp giải mới, có hiệu quả do tác giả và các cán bộ nghiên cứu của Viện đề xuất. Các chương trình đã được thử nghiệm kỹ với nhiều ví dụ bằng số cụ thể, một số chương trình đã được sử dụng để giải các bài toán thực tiễn (chương trình phân rã qui hoạch lõm được dùng có kết quả để giải các bài toán về qui hoạch diên). Các bộ chương trình tiếp theo về tối ưu toàn cục phi tuyến sẽ đề cập đến việc giải các bài toán với ràng buộc lồi đảo, qui hoạch d-c., v.v...

14. WP/DMH/86/14. Nội suy hàm giải tích nhiều biến p - adic (Nguyễn Hồng Minh).

Trong báo cáo này chúng tôi xây dựng lý thuyết nội suy cho hàm giải tích nhiều biến trên đa địa đơn vị trong  $C^m_p$ , sau đó sử dụng định lý nội suy để trả lời một câu hỏi của Grinberg.

15. WP/IMH/86/15. Tôn tại nghiệm của một phương trình vi phân đa trị với vẻ phải không lỗi-đồng (Phan Văn Chương).

Trong một bài trước (kết quả năm 1985) chúng tôi đã chứng minh sự tồn tại nghiệm địa phương của bao hàm thức vi phân

$$\begin{cases} \dot{x}(t) \in \text{Extr } F(t, x(t)) \text{ (tập các điểm cực biên của } F(t, x(t)) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

trong đó,  $F$  là một hàm đa trị liên tục, nhân ảnh lỗi, đồng bị chặn có phần trong không rỗng trong một không gian Banach khả lý phân ra  $X$ .

Trong bài này, ngoài sự tồn tại nghiệm địa phương, chúng tôi thiết lập sự tồn tại nghiệm toàn cục của bao hàm thức trên với giả thiết chính quy yếu hơn lên  $F$ ; cụ thể là chỉ đòi hỏi  $F$  là một hàm đa trị Carathéodory thay cho giả thiết liên tục. Để có nghiệm toàn cục đòi hỏi thêm là  $F(t, x)$  tăng không nhanh hơn tuyến tính khi  $x \rightarrow \infty$ .

16. WP/IMH/86/16. Nội suy chuỗi Laurent  $p$ -adic (My Vinh Quang).

Để xây dựng các tương tự  $p$ -adic của các khái niệm số học, người ta thường sử dụng hai phương pháp: phương pháp nội suy  $p$ -adic và phép biến đổi Mellin - Mazur. Phương pháp nội suy  $p$ -adic được vạch ra trong các công trình của Mahler, Amice và những người khác. Tuy nhiên chỉ nội suy hàm liên tục trên tập compact và vì vậy áp dụng chỉ với hàm giới nội.

Gần đây Hà Huy Khoái đã xây dựng lý thuyết hàm giải tích  $p$ -adic với độ tăng tùy ý và áp dụng nó để nghiên cứu hàm phân hình  $p$ -adic, phép biến đổi Mellin-Mazur ngược, đặc biệt đã xây dựng tương tự  $p$ -adic của lý thuyết Nevanlinna.

Theo hướng đó bài báo này xét vấn đề nội suy các chuỗi Laurent  $p$ -adic. Kết quả cơ bản đạt được là:

1. Xây dựng khái niệm dãy Newton cho các chuỗi Laurent (mở rộng của đa giác Newton). Mô tả những tính chất cơ bản

của các dãy Newton.

2. Chứng minh định lý nổi suy các chuỗi Laurent p-adic, cho điều kiện cần và đủ để một dãy điểm rời rạc trong  $\mathbb{C}_p$  là dãy nổi suy của một chuỗi Laurent đã cho.

- 17. WP/IMH/86/17. Dự báo nhiệt độ trung bình tháng tại Hà Nội bằng mô hình ARMA theo mùa. (Trần Mạnh Tuấn, Nguyễn Hữu Trụ, Nguyễn Việt Phong).

Mô hình ARMA theo mùa

$$(0, 1, 1) (0, 1, 1)_{12}$$

đã được dùng để dự báo nhiệt độ trung bình tháng tại Hà Nội với số liệu của 36 tháng (từ tháng 1/1950 đến tháng 12/1979), phương trình dự báo có dạng sau

$$W_t = \nabla \nabla_{12} Z_t = (1 - 0,9975 B)(1 - 0,9918 B^{12}) a_t$$

trong đó  $Z_t$  là nhiệt độ trung bình tháng của tháng thứ  $t$ ,  $a_t$  là tiếng ồn trắng,  $B$  là toán tử lùi,  $\nabla$  là toán tử sai phân (xem Box G.E.P and Jenkins G.M; Time Series Analysis Forecasting and Control. Holden Day 1970)

Kết quả dự báo cho năm 1980 cho thấy mức độ phù hợp tốt.

- 18. WP/IMH/86/18. Biểu diễn tuyến tính mác-tin-gan (Nguyễn Văn Thu).

Vấn đề: Giả sử  $\{m_t, \mathcal{F}_t\}$ ,  $t \in I = (0, 1]$  là một mác-tin-gan liên tục phải theo chuẩn của  $L^p$ ,  $p > 1$ . Ký hiệu  $[m_t]$  là không gian con đóng của  $L^p$  của sinh bởi quá trình  $\{m_t\}$ . Hỏi mỗi phần tử  $x$  của  $[m_t]$  có thể được biểu diễn bởi tích phân ngẫu nhiên  $\int_I f dm$  ( $f$  là hàm tất định) không?

Để giải quyết vấn đề trên một khái niệm mới được đưa ra: độ đo ngẫu nhiên có tính chất mác-tin-gan. Tích phân ngẫu nhiên đối với độ đo như vậy tương đương với tích phân đối với  $\{m_t\}$ .

Định lý:  $\forall x \in [m_t] \exists! f; x = \int f dm$

Hệ quả:  $\exists \text{ const } \alpha; 0 < t_0 < t_1 < \dots < t_n \leq 1, \forall \varepsilon_i \in \{0, 1\}$

$$\left\| \sum_{i=0}^n \varepsilon_i (m_{t_{i+1}} - m_{t_i}) \right\|_{L_p} \leq \alpha \|m_1 - m_0\|_{L_p}$$

19. WP/IMH/86/19. Số mũ rút gọn và chặn trên bậc phương trình định nghĩa vành phân bậc (Ngô Việt Trung).

Bài báo đưa ra những mối liên quan giữa chỉ số chính quy và số mũ rút gọn. Từ đó rút ra những ứng dụng để nghiên cứu tính bất biến của số mũ rút gọn và bậc phương trình định nghĩa vành phân bậc.

20. WP/IMH/86/20. Về các Idean của một đại số Hodge (Aron Simis, Ngô Việt Trung).

Đại số Hodge là một công cụ hữu hiệu để nghiên cứu các đa tạp định thức và đa tạp liên quan. Lý thuyết đại số tính chất cơ bản của các idean liên kết với một poset của một đại số Rees ứng dụng hay nhất là mở rộng một số kết quả đặc biệt trước đó về idean các định thức cực đại có chứa các cột của một ma trận con (đã được chứng minh hết sức phức tạp).

21. WP/IMH/86/21. Về phương pháp Seidel - Newton giải phương trình toán tử trong không gian siêu metric và tính bị chặn đều của dãy lặp với nhiễu (Nguyễn Văn Khải).

Trong bài báo này chúng tôi xét phương trình toán tử  $Ax + Fx = 0(1)$  trong không gian  $L$  - siêu metric ổn, với  $A$  là toán tử tuyến tính Fredholm giới nội,  $F$  phi tuyến liên tục. Để giải (1) chúng tôi dùng phương pháp Seidel-Newton. Do (1) có dạng đặc biệt nên chúng tôi nêu ra hai cách áp dụng phương pháp Seidel-Newton khác nhau và trong một chừng mực nào đó có thể coi chúng là đối ngẫu của nhau.

Đồng thời trong bài báo đã xét tính bị chặn đều của dãy lặp với nhiễu của phương pháp Seidel-Newton.



22. WP/IMH/86/22. Về một bài toán không Coersiv đối với phương trình vi tích phân kỳ đi (Lê Quang Trung).

Trong công trình này tác giả đã mở rộng bài toán đạo hàm nghiêng kiểu Io.V. Egôrov và V.A. Kondratev cho phương trình vi tích phân kỳ đi. Đã nhận được đánh giá tiên nghiệm định lí về tính trơn của nghiệm và định lí về sự tồn tại nghiệm của bài toán.

23. WP/IMH/86/23. Trò chơi đuổi bắt tuyến tính với động lực hỗn tạp (Ta Duy Phương, Phan Huy Khải).

Bài báo nghiên cứu qui trình đuổi bắt trong trò chơi vi phân và hệ động lực của nó được viết dưới dạng hỗn tạp: chuyển động của người đuổi được mô tả bằng hệ phương trình vi phân, còn của người chạy bằng hệ phương trình sai phân (hoặc ngược lại).

Dựa trên khái niệm tổng quát về xử dụng thông tin tính thế của Phan Huy Khải đã đưa ra trước đây, các tác giả đã thu được các điều kiện đủ đảm bảo sự kết thúc trò chơi sau một thời gian hữu hạn.

- 24: WP/IMH/86/24. Tính điều khiển được hệ tuyến tính rời rạc không dừng có hạn chế trên biến pha trong không gian Banach (Vũ Ngọc Phát) .

Bài báo nghiên cứu tính điều khiển được hệ không dừng với hạn chế không những trên điều khiển mà trên cả biến pha dựa trên một số kết quả cơ bản trong giải tích lồi chứng minh một số tiêu chuẩn về tính điều khiển được đa phương hệ trơn. Những điều kiện nhận được trong bài được áp dụng để giải bài toán điều khiển được các hệ tuyến tính liên tục có hạn chế trên điều khiển trong không gian Banach.

Những kết quả nhận được là những mở rộng và phát triển những kết quả nhận được của tác giả và một số chuyên gia khác trong lĩnh vực điều khiển được như Evas, Murthy, Sách Sơn - Sự ...

25. WP/DMH/86/25. Về các nhóm rời rạc kiểu Langlands. I.  
compắc hóa Borel - Serre (Đỗ Ngọc Diệp).

Dựa theo ý của A. Borel và J.P. Serre chúng ta xây dựng compắc hóa của không gian thương của không gian đối xứng các nhóm con compắc cực đại của một nhóm Lie theo một nhóm con rời rạc mà ta gọi là kiểu Langlands. Biên của không gian compắc hóa đồng luân với phần đỉnh (cuspidal part) của tòa nhà Tits của các nhóm con parabolic thương hóa theo nhóm con rời rạc đó. Bài sẽ ra ở Acta Math. Vietnam.

26. WP/DMH/86/26. Tính áp lực lên cửa van (Lê Kim Luật, Hàn Quốc Trinh, Trần Gia Lịch, Trương Đình Du, Phạm Dương Minh)

Việc tính toán trường áp lực, đặc biệt là áp lực lên các biên cứng là một vấn đề khó khăn, đã và đang được các nhà khoa học trên thế giới quan tâm nghiên cứu. Ở nước ta việc tính toán chủ yếu dựa trên công thức thực nghiệm nên còn có nhiều hạn chế. Trong bài báo này chúng tôi trình bày một phương pháp tính áp lực lên cửa van hai chiều đứng của các công trình thủy lợi. Đây là một trong những vấn đề đang được Viện nghiên cứu khoa học thủy lợi quan tâm nghiên cứu nhằm áp dụng trong thực tế. Để giải quyết vấn đề này, chúng tôi sử dụng phương trình Navier-Stokes biến dạng (thêm thành phần giả nén vào phương trình liên tục).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla)V = -\frac{1}{\rho} \nabla P + gI + \nu \Delta V \\ \times \frac{\partial (P + \rho \frac{V^2}{2})}{\partial t} + \nabla V = 0 \end{array} \right. ,$$

trong đó :  $I = \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$  ,  $\alpha$  := góc nghiêng trong lực và trục thẳng đứng OZ

$\nu$  := hệ số nhớt động học,  $\alpha$  := hệ số thứ nguyên ( $\alpha = 1$ ),  $\rho$  := mật độ

$V = (u, w)$  := vectơ vận tốc với  $u$  : thành phần vận tốc theo chiều  $ox$ ,  $w$  : theo chiều  $oz$ ;  $P$  : áp lực

vật lý hơn.

Phần 5: Đối với dòng chảy không dừng (1) lên cần chế độ chảy đều, tác giả chứng minh sơ đồ sai phân:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{n+1/2}^k = \frac{f_{n+1}^k + f_n^k - f_{n+1}^{k-1} - f_n^{k-1}}{2\Delta t}, \quad \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{n+1/2}^k = \frac{f_{n+1}^k - f_n^k}{\Delta x} \quad (2)$$

ổn định với mọi tỷ số  $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ .

Đặt (2) vào (1) sẽ dẫn ra được hệ phương trình ba đường chéo:

$$a_n z_{n-1} + b_n z_n + c_n z_{n+1} = d_n \quad (3)$$

Hệ phương trình (3) được giải bằng phương pháp truy đuổi:

$$z_{n+1} = L_n z_n + r_n \quad (4)$$

Tác giả chứng minh phép truy đuổi (4) sẽ không tích lũy sai số nếu

$$\frac{2\Delta t}{\Delta x} < \frac{1}{|c|+c}$$

23. WP/TMH/86/28. Một phương pháp hàm phạt mới cho một lớp bài toán quy hoạch toán học (Lê Dũng Mưu, Nguyễn Đức Nghĩa).

Phương pháp hàm phạt là một kỹ thuật cơ bản cho phép đưa việc giải bài toán có ràng buộc về việc giải các bài toán không ràng buộc hoặc ràng buộc đơn giản hơn. Tuy nhiên như nhiều tác giả đã nhận xét, phương pháp này có hiệu quả tính toán không ổn định. Lý do chính là khi tham số phạt khá lớn, lời giải của các bài toán phụ ở bước sau không được cải tiến là bao so với ở bước trước. Để khắc phục nhược điểm cơ bản này, nhiều phương pháp hàm phạt chính xác đã được đưa ra, nhằm làm cho hệ số phạt hữu hạn. Tuy nhiên loại hàm phạt chính xác này lại mắc phải 2 nhược điểm cơ bản sau:

1. Làm mất tính khả vi của bài toán.

2. Làm thay đổi dạng của hàm mục tiêu (ví dụ hàm mục tiêu của bài toán ban đầu là một dạng toàn phương nhưng ở bài toán phụ lại không phải là dạng toàn phương).

Bài này nhằm đưa ra một loạt hàm phạt mới cho bài toán qui hoạch toán học và xây dựng một thuật toán cho loại hàm này. Dưới một vài giả thiết dễ chấp nhận, đã chứng minh được rằng hệ số phạt hữu hạn mà vẫn không làm mất tính khả vi của bài toán. Hơn nữa dạng của bài toán ban đầu vẫn được giữ nguyên trong các bài toán phụ. Sự hội tụ của thuật toán được chứng minh khi các bài toán phụ chỉ được giải gần đúng. Trong bài sự khác nhau về ý nghĩa thực tế của loại hàm phạt này với các loại hàm phạt đã có cũng được giải thích. Các hàm phạt trước đây chỉ tính đến lượng phạt của một phương án khi nó vi phạm miền chấp nhận được. Khi một phương án chấp nhận được, các loại hàm phạt này đều cho lượng phạt là 0 (không có thưởng). Hàm phạt ở đây có phân biệt đến mức độ chấp nhận được của từng phương án. Nếu một phương án là chấp nhận được thì lượng phạt sẽ trở thành không dương (tức là thưởng). Mức độ thưởng phạt tùy thuộc vào độ chấp nhận được của từng phương án.

29. WP/IMH/86/29. Giảng điệu hình học tại vô hạn của đa thức hai biến phức (Hà Huy Vui, Nguyễn Lê Anh).

Bài toán về hình học của đa thức nhiều biến ở điểm kỳ dị ở vô hạn xuất hiện trong việc nghiên cứu các tích phân giao động.

Các kết quả của báo cáo này là:

1. Đặc trưng tính kỳ dị ở vô hạn qua các điểm rẽ nhánh tiến ra vô hạn của một phép chiếu đủ tổng quát.

2. Lập công thức cho mối quan hệ giữa số các điểm rẽ nhánh nói trên với các bất biến tôpô quan trọng khác của đa thức.

3. Chứng minh được định lý của Grothendieck nói rằng

toán tử đơn đạo địa phương là tựa đơn linh cho trường hợp điểm kỳ dị ở vô hạn.

Các kết quả này có thể mở rộng theo nhiều hướng. Đặc biệt, có thể sử dụng chúng để tính đóng góp của điểm kỳ dị ở vô hạn cho nhiều tích phân giao đồng.

30. WP/IMH/86/30. Định lý nhúng không gian các hàm tuần hoàn cấp vô hạn (Hà Huy Bằng).

Giả sử  $T$  là đường tròn,  $1 \leq p \leq \infty$ ,  $1 \leq r < \infty$ ,  $a_n \geq 0$ ,  $b_n \geq 0$ ,  $n = 0, 1, \dots$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^{1/n} = 0$ . Đặt

$$W_a^\infty(T) = \left\{ f(x) \in C^\infty(T); \|f\|_a^r := \sum a_n \|D^n f\|_p^r < \infty \right\}$$

Các kết quả chính là:

Định lý 1: Giả sử tồn tại số  $\lambda > 0$  sao cho

$$\sup_{n > 0} \left( \sum_{k=n}^{\infty} b_k \lambda^k \right) \left( \sum_{k=n}^{\infty} a_k \lambda^k \right)^{-1} < \infty$$

Khi đó phép nhúng  $W_a^\infty(T) \hookrightarrow W_b^\infty(T)$

Định lý 2: Giả sử tồn tại số  $\lambda > 0$  sao cho

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{k=n}^{\infty} b_k \lambda^k \right) \left( \sum_{k=n}^{\infty} a_k \lambda^k \right)^{-1} = 0$$

Khi đó phép nhúng  $W_a^\infty(T) \hookrightarrow W_b^\infty(T)$  là compac.

31. WP/IMH/86/31. Bất đẳng thức biến phân liên đối với các hàm đơn điệu và giả đơn điệu (Lê Văn Chông).

Xét bất đẳng thức biến phân liên.

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in C \\ f(x, x, z) + \varphi(x, x) - \varphi(x, z) \leq 0 \end{array} \right. \quad (*)$$

Với mọi  $z \in C$  và với  $C$  là tập con lồi của không gian lồi địa phương Hausdorff,  $f: C \times C \times C \rightarrow (-\infty, +\infty)$ , và  $\varphi: C \times C \rightarrow (-\infty, +\infty]$ ,  $\varphi \neq +\infty$ . Trong bài này chúng tôi phát triển một số tiêu chuẩn tồn tại tổng quát của

bài toán (M) dùng định lý điểm bất động Kakutani và một kết quả tồn tại của bất đẳng thức biến phân thu được trong một bài báo gần đây của tác giả. Sau đó chúng tôi xét một số ứng dụng cho các bất đẳng thức tựa biến phân và các bài toán tựa cực tiểu.

32. WP/DMH/86/32. Về tính ổn định bất đẳng thức biến phân đối với các hàm đơn điệu (Lê Văn Chông).

Cho bất đẳng thức biến phân phụ thuộc tham số

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in C \\ f(x, y, t) \leq 0 \quad \forall y \in C; t \in T \end{array} \right. \quad (p_t).$$

trong đó  $C$  là một tập con lồi đóng của một không gian Banach phản xạ,  $T$  là một không gian metric và  $f : C \times C \times T \rightarrow \mathbb{R}$  là một hàm thỏa một số tính chất về sự đơn điệu, liên tục và lồi.

Gọi  $S(t)$  là tập nghiệm của  $(p_t)$ . Ta nói bài toán  $(p_t)$  là ổn định tại  $t^0 \in T$  nếu có một lân cận  $V$  của  $t^0$  sao cho  $S(t)$  không rỗng, lồi, compact với mọi  $t \in V$  và ánh xạ  $S : V \rightarrow 2^C$  là nửa liên tục trên tại  $t^0$ .

Trên cơ sở một kết tồn tại nghiệm tác giả nhận được trước đây (đã công bố), bài này thiết lập các tiêu chuẩn ổn định cho một lớp rộng các bài toán  $(p_t)$ . Kết quả nhận được còn khắc phục một hạn chế về ứng dụng của một kết quả trước đây (đã công bố) của tác giả.

33. WP/DMH/86/33. Căn trúc  $C^\infty$ -đại số của phân lá Reeb với bờ và vấn đề lớp cơ bản của  $K^*(V/F)$  (Hồ Hữu Việt).

Không gian phân lá là không gian tôpô tối. A. Connes đã xây dựng  $C^\infty$ -đại số của phân lá có thể hiểu như là  $C^\infty$ -đại số thu được bằng cách dán các  $C^\infty$ -đại số dạng  $C(X_i)$

$\otimes X_i$ , với  $X_i$  là các lân cận bản đồ của phân lá.  $C^\infty$ -đại số của phân lá đóng vai trò như "đại số hàm" trên không gian phân lá và cho phép định nghĩa các  $K$ -hàm tử trên các không gian phân lá.

$$K_*(V/F) \stackrel{\text{def}}{=} K_* C^*(V, F)$$

Cấu trúc của các  $C^*$ -đại số kiểu này còn ít được nghiên cứu. Một trong những vấn đề A. Connes đặt ra là mô tả  $C^*$ -đại số của các phân lá Reeb. Mục đích của báo cáo này là mô tả  $C^*$ -đại số của phân lá Reeb với bờ. Dựa vào đẳng cấu Thom, chúng tôi đã chỉ ra những tính chất của bất biến Index của  $C^*$ -đại số phân lá, áp dụng để tìm ra một phần ví dụ về vấn đề lớp cơ bản của nhóm  $K^*(V/F)$  do A. Connes đặt.

34. WP/DMH/86/34. Hệ bất biến chính tắc của các  $C^*$ -đại số khả ly kiểu I (Hồ Hữu Việt).

Phương pháp mô tả  $C^*$ -đại số bằng các mở rộng lặp đã được Dixmier nghiên cứu dưới ngôn ngữ "đầy hợp thành" và được D.N. Diệp áp dụng để định nghĩa chỉ số của một  $C^*$ -đại số cho trước. Tuy nhiên, cách làm này chưa đủ tốt để có thể mô tả được  $C^*$ -đại số của các nhóm Heisenberg, các nhóm  $G_{3,2}(-\infty)$ .

Để khắc phục, trước đây chúng tôi đã thay thế việc xét các OCR - idêan bằng xét các idêan có phổ là các không gian Hausdorff cục đại. Cách làm này có nhược điểm là hệ bất biến được xây dựng không phải chính tắc. Vì vậy, trong báo cáo này, chúng tôi đã cải tiến việc xây dựng hệ bất biến. Các idêan tham gia vào mở rộng lặp là các idêan có phổ là tập hợp các điểm tách. Trong các ví dụ đã gặp, cách làm này tỏ ra có hiệu quả và cho phép mô tả cấu trúc  $C^*$ -đại số của các nhóm  $G_{3,2}(-\infty)$ ,  $E_7H_3$ .

35. WP/DMH/86/35. Điều kiện đủ cho bài toán Minimax rời rạc có ràng buộc (Đỗ Văn Lưu).

Trong bài này tác giả xét bài toán Minimax sau đây trong không gian Banach.

$$(I) \begin{cases} \max f_1(x) \longrightarrow \min \\ I \in [0; \infty] \\ F(x) \in K, \\ x \in C, \end{cases}$$

trong đó  $f_i : X \rightarrow R$  ( $i \in [0:N]$ ),  $F : X \rightarrow Y$ ,  $K$  - nón  
lồi đóng trong  $Y$ ,  $C$  - lồi đóng khác rỗng trong  $X$ ,  $X$  và  $Y$   
là các không gian Banach.

Sử dụng tính xấp xỉ được của tập chấp nhận được của bài  
toán (I) đã được xét trong [3], tác giả đã xây dựng các  
điều kiện đủ cấp 1 và 2 cho bài toán (I) và bài toán với  
 $K = \{0\}$ ,  $C$  được sinh bởi hữu hạn phiếm hàm. Kết quả của  
bài này là tổng quát hóa cho trường hợp hữu hạn chiều. Từ  
kết quả nhận được, ta nhận lại được kết quả cho trường hợp  
khả vi đã được xét trong [3] khi lấy  $N = 0$ .

36. NB/DMH/86/36. Thuật toán thử nguyên thay đổi giải qui hoạch  
lồi có thêm một ràng buộc lồi đảo (Trương Mỹ Dung).

Kết bài toán được mô tả dưới dạng:

$$(p) \begin{cases} \min < c, x > \\ x \in D \\ g(x) \leq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1.1) \\ (1.2) \end{matrix}$$

trong đó  $c$  là  $n$ -vectơ,  $D$  là tập con lồi của  $R^n$  và  $g$  là hàm  
lồi xác định trên  $R^n$ .

Ràng buộc (1.2) thường được gọi là ràng buộc lồi đảo.  
Bài toán (p) chỉ khác bài toán qui hoạch lồi với hàm mục  
tiêu tuyến tính có một ràng buộc lồi đảo. Tuy nhiên ràng  
buộc này tạo khó khăn cho bài toán vì miễn chấp nhận được  
không còn là lồi nữa thậm chí thường là không liên thông.

Bài này nhằm áp dụng phương pháp thử nguyên thay đổi dựa  
trên kỹ thuật xoay vần để giải bài toán (p). Nội dung chủ  
yếu của phương pháp này là xây dựng một phép gán vectơ thích  
hợp sao cho mỗi đỉnh của đơn hình chuẩn tắc đầy đủ thu được  
bởi thuật toán thử nguyên thay đổi sẽ là một lời giải xấp  
xỉ của bài toán (p). Độ xấp xỉ càng chính xác khi lưới của  
tam giác phân càng mịn.



57. WP/DEH/86/57. Bài toán sắp xếp các tàu nước ngoài cho xếp  
dầu vào các cảng nước ta (Lê Dũng Hòa, Bùi Thế Tâm, Phạm  
Cảnh Dương, Nguyễn Văn Thoi).

Hàng năm các cảng nước ta tiếp nhận một số lượng lớn  
xăng, dầu do tàu nước ngoài chở đến. Các tàu này đến rải  
rác trong cả năm và nói chung là không theo một quy luật  
nào. Việc giải phóng các tàu này là một công tác rất quan  
trọng, phức tạp mà chúng ta phải làm thường xuyên. Chi phí  
cho công tác này khá lớn, đặc biệt là số lượng ngoại tệ  
phải trả do giữ tàu lại quá thời gian quy định (hàng năm  
khoảng 2,5 triệu rúp). Do đó việc áp dụng toán học và máy  
tính điện tử vào công tác này rất cần thiết với hy vọng nó  
sẽ đem lại những lợi ích to lớn.

Vừa qua chúng tôi cùng với một nhóm cán bộ của Tổng Công  
ty xăng dầu đã áp dụng các phương pháp toán học và máy tính  
điện tử vào công tác sắp xếp tàu nước ngoài chở xăng dầu  
vào nước ta. Vấn đề này dẫn đến một bài toán quy hoạch 0-1  
với các ràng buộc tuyến tính nhưng hàm mục tiêu có độ phi  
tuyến cao. Chúng tôi đã đề xuất một phương pháp giải dựa  
trên việc kiểm duyệt toàn bộ có kết hợp với thủ tục nhánh  
vận. Các câu trên ban đầu và khả năng cập bến của các  
tàu được ước lượng theo phương pháp chuyên gia. Một chương  
trình máy tính điện tử đã được lập cho bài toán này. Qua  
tính toán trên nhiều đợt tàu đã có trong thực tế, phương  
pháp này có khả năng tính toán tốt, đáp ứng được thực tế.  
Chương trình đã được tính trên các số liệu của những tháng  
trong năm 1986 và đầu năm 1987. Kết quả cho thấy mỗi đợt có  
thể tiết kiệm được hàng chục ngàn rúp. Các kết quả qua nhiều  
đợt tính cho phép rút ra những nguyên nhân dẫn đến việc bốc  
đổ chậm trễ, trên cơ sở đó đã ra được những biện pháp khắc  
phục.

Một đặc điểm quan trọng của bài toán này là các số liệu  
không nhiều và khá chính xác vì chủ yếu là các số liệu về  
đặc điểm các con tàu và hàng hóa do chúng chở đến. Các số

liệu liên quan đến các công việc ta là các số liệu về kỹ thuật như tốc độ bơm, sức chứa v.v.. Chính điều này giải thích vì sao các kết quả tính toán khá sát với thực tế.

38. WP/DMH/86/38. Công thức Taylor ngẫu nhiên đối với các quá trình ngẫu nhiên 2 tham số (Vũ Viết Yên).

Mục đích của bài báo là chứng minh công thức Taylor ngẫu nhiên cho một lớp các quá trình ngẫu nhiên 2-tham số thỏa mãn điều kiện  $M$  - khả vi đối với một martingale  $M \in C^4$  đã cho đồng thời cũng cho ước lượng số hạng dư trong công thức Taylor để đánh giá tốc độ hội tụ trong chuỗi lũy thừa ngẫu nhiên và việc tìm cận một quá trình đã cho bởi một đa thức ngẫu nhiên. Tác giả sử dụng những kỹ thuật cơ bản trong lý thuyết quá trình 2 - chỉ số và các ý tưởng mà W. Wagner và E. Platen đề xuất trong trường hợp 1 - tham số.

39. WP/DMH/86/39. Phân tích bước đầu hệ du lịch Lâm Đồng (Bùi Công Cường).

Bước đầu ứng dụng các phương pháp phân tích hệ thống để phân tích sự phát triển của Công ty du lịch Lâm Đồng.

Bước đầu xét các vấn đề sau:

- Các quan điểm cơ bản về phát triển du lịch trong sự phát triển kinh tế của tỉnh.

- Vấn đề phát triển theo chiều sâu.

- Cấu trúc của các vấn đề cần giải quyết nhằm nâng cao hiệu quả sản xuất - kinh doanh của công ty.

40. WP/DMH/86/40. Hai định lý hàm ẩn cho ánh xạ đa trị (Nguyễn Đông Yên).

Cho  $P$  là không gian tôpô,  $X$  và  $Y$  là các không gian Banach  $F : P \times X \rightarrow Y$  là ánh xạ đa trị. Ánh xạ đa trị  $G : P \rightarrow X$

$$G(p) := \{x ; 0 \in F(p, x)\}$$

gọi là hàm ẩn cho bởi bao hàm thức  $0 \in F(p, x)$ . Bài báo chứng minh 2 định lý hàm ẩn đa trị liên quan đến tính chất địa phương của  $G$  tại một điểm  $(p_0, x_0)$  trên đồ thị của  $G$ . Từ các định lý đó có thể rút ra những điều kiện đủ cho  $G$  là nửa liên tục dưới (liên tục), Lipschitz trên. Trong bài cũng thảo luận quan hệ của các kết quả nhận được với các kết quả đã biết của H. Methlouthi, S.M. Robinson, J.P. Aubin và H. Frankowska. Các chứng minh dựa trên các nghiên cứu gần đây của Phạm Hữu Sách về đạo hàm của ánh xạ đa trị.

41. WP/IMH/86/41. Định lý Sard cho ánh xạ Lipschitz địa phương (Trương Xuân Đức Hà).

Trong công trình của mình (năm 1942), Sard đã chỉ ra rằng với một số điều kiện nhất định tập giá trị tới hạn của ánh xạ khả vi có độ đo bằng không. Sau đó, năm 1951, Landis đã mở rộng kết quả trên cho ánh xạ biến đổi được dưới dạng hiệu 2 ánh xạ lồi từ  $R^2$  vào  $R^1$ . Ở đây chúng tôi sử dụng những kết quả gần đây của giải tích không trơn (Gradient suy rộng của Clark) của các hàm Lipschitz địa phương và mở rộng khái niệm điểm và giá trị tới hạn để chứng minh rằng tập giá trị tới hạn của ánh xạ Lipschitz địa phương từ tập mở  $\Omega \subset R^n$  vào  $R^n$  có độ đo bằng không. Từ đây nhận được định lý Sard cho trường hợp ánh xạ khả vi liên tục từ tập mở  $\Omega \subset R^n$  vào  $R^n$ .

42. WP/IMH/86/42. Ứng dụng phương pháp mô phỏng giải bài toán tổ hợp tần suất lũ. (Nguyễn Ngọc Chu, Nguyễn Khoa Sơn, Lê Thanh, Vũ Văn Thạch, Đan Văn Văn).

Trong công trình này, chúng tôi đã xây dựng các mô hình mô phỏng cho các vấn đề sau đây:

1. Bài toán tổ hợp tần suất lũ sông trên thí dụ hệ thống sông Hồng (sông Hồng, sông Đà, sông Thao và sông Lô).

2. Bài toán tổ hợp tần suất giữa lũ sông và triều biển trên thí dụ sông Kiên Giang, sông Đại Giang và triều Đồng Hới.

Các mô hình trên đã được lập trình trên ngôn ngữ BASIC và tính toán thử nghiệm trên máy IBM PC.

Công trình này được hoàn thành trong khuôn khổ hợp đồng khoa học được ký kết giữa Viện Toán học và Viện Khảo sát thiết kế thủy lợi.

43. WP/DMH/86/43. Một số không gian hàm và ứng dụng của chúng trong lý thuyết các phương trình cấp chuỗi (Nguyễn Văn Ngọc).

Ký hiệu  $\mathcal{A}(I)$  và  $\mathcal{A}'(I)$  là không gian của các hàm cơ bản và các hàm suy rộng Zemanian tương ứng trên khoảng  $I$  của trục thực. Biết rằng mọi hàm suy rộng  $f \in \mathcal{A}'(I)$  có phân tích duy nhất sau

$$f \equiv R^{-1} [ \tilde{f}(n) ] \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}(n) \psi_n(x)$$

trong đó  $\tilde{f}(n) \equiv R [ f ](n) = (f, \psi_n)$ ,  $\{ \psi_n(x) \}$  cơ sở trực chuẩn đầy đủ trong  $L^2(I)$  của không gian  $\mathcal{A}(I)$ .

Giả sử  $\{ a(n) \}_{n=0}^{\infty} = \{ a_n \}_{n=0}^{\infty}$  là dãy số nào đó của các số phức. Xét toán tử giả vi phân

$$Au = R^{-1} [ a(n) \tilde{u}(n) ](x)$$

trong đó  $u \in \mathcal{A}(I)$ .

Để nghiên cứu các toán tử dạng  $Au$  một phần đáng kể trong báo cáo dành việc xây dựng các không gian hàm.

Mục đích chính của công trình là nghiên cứu sự tồn tại và duy nhất nghiệm của phương trình cấp

$$\rho R^{-1} [ a(n) \tilde{u}(n) ] = f(x), \quad x \in \omega$$

$$\rho' R^{-1} [ \tilde{u}(n) ] = g(x), \quad x \in \omega'$$

trong đó  $\tilde{u}(n) = R [ u ]$ ,  $u$  là hàm chưa biết,  $\omega' = I \setminus \omega$   $\rho$  và  $\rho'$  là các toán tử hạn chế trên  $\omega$  và  $\omega'$  tương ứng.

44. WP/DMH/86/44. Đưa một số phương trình cặp về các phương trình tích phân Fredholm loại hai. (Nguyễn Văn Ngọc)

1. Xét các phương trình cặp trên hệ ba khoảng sau đây:

$$\left\{ \begin{aligned} \int_0^{\infty} \mathcal{L}_{\mu}^{\alpha}(xt) A(t) dt &= f(x), \quad x \in (0, a) \cup (b, +\infty) \\ e^{2\alpha} x^{-2\alpha} \int_0^{\infty} t^{1-2\alpha} \mathcal{L}_{\mu}^{\alpha}(xt) A(t) dt &= g(x), \quad x \in (a, b) \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \int_0^{\infty} t A(t) \operatorname{th} \pi t P_{-\frac{1}{2}+it}(Chx) dt &= f(x), \quad x \in (a, a) \cup (b, \infty) \\ \int_0^{\infty} A(t) P_{-\frac{1}{2}+it}(Chx) dt &= g(x), \quad x \in (a, b) \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} (n + \frac{1}{2}) A_n P_n(\cos x) &= f(x), \quad x \in (0, a) \cup (b, \pi) \\ \sum_{n=0}^{\infty} A_n P_n(\cos x) &= g(x), \quad x \in (a, b) \end{aligned} \right. \quad (3)$$

trong đó  $A(t)$ ,  $A_n$  là các đại lượng cần tìm,  $f(x)$ ,  $g(x)$  là các hàm đã cho,  $\mathcal{L}_{\mu}^{\alpha}(x)$  - hàm Bessel loại một,  $P_{-\frac{1}{2}+it}(x)$  và  $P_n(x)$  - là các hàm và đa thức Legendre,  $\alpha = \pm 1/2$ .

2. Bằng phương pháp biểu diễn nghiệm thích hợp tác giả đã đưa được các phương trình (1)-(3) về các phương trình tích phân Fredholm loại hai tương ứng trên khoảng  $(0, a)$  với các hạch là những hàm liên tục trên hình vuông  $[0, a] \times [0, a]$ . Phương trình (1) đã được Cooke, Franzer, Barodachov v.v... xét trước đây bằng cách khác.

45. WP/DMH/86/45. Một số ứng dụng của phép dựng hình hộp Menger vào lý thuyết độ đo hình học (Nguyễn Tô Như).

Chúng ta áp dụng phép dựng hình hộp Menger để thu được một số kết quả trong lý thuyết độ đo hình học. Chẳng hạn, nếu  $Q = [0, 1]^n$  thì với mỗi  $\varepsilon > 0$  tồn tại một cách phân tích  $Q = A \cup B$  sao cho  $\mu_n^B(A) + \mu_n^B(B) < \varepsilon$ , trong đó  $\mu_n^B(X)$  ký hiệu độ đo  $n$ -chiều của  $X$  theo nghĩa Borsuk.